

Dopo aver determinato il campo di esistenza, il segno, le intersezioni con gli assi e l'asintoto verticale della funzione

$$y = \frac{3x^2 - 5x + 2}{3 - 4x}$$

determina l'asintoto obliquo (ricorda che una funzione frazionaria ha un asintoto obliquo quando il grado del numeratore supera di 1 il grado del denominatore) $y = mx + q$, eseguendo le seguenti operazioni di limite :

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - 5x + 2}{3 - 4x} \cdot \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{3x - 4x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2}}{\frac{3}{x} - 4} = -\frac{3}{4}$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - 5x + 2}{3 - 4x} + \frac{3}{4}x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4(3x^2 - 5x + 2) + 3x(3 - 4x)}{4(3 - 4x)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-11x + 2}{12 - 16x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-11 + \frac{2}{x}}{\frac{12}{x} - 16} = \frac{11}{16}$$

Successivamente traccia il grafico della funzione insieme agli asintoti verticale $\left(x = \frac{3}{4}\right)$ e obliquo

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{11}{16} \text{ utilizzando Geogebra.}$$

(Consiglio: utilizza un'unità di misura sufficientemente grande per visualizzare bene la curva)

Ripeti l'esercizio per le funzioni:

$$y = \frac{2x^3 - 2x}{4 - x^2}$$

$$y = \frac{3x^3 - x^4}{x^3 - 1}$$

$$y = \frac{4 - x^2}{3x + 1}$$

$$y = \frac{x - x^3}{x^2 - 4}$$

$$y = \frac{x^4 + x^3}{x^3 - 1}$$