Maturità 1997 sessione ordinaria es. 4

Studiare la variazione della funzione:

$$f(x) = -x^3 + 27x^2 - 96x - 200$$

nell'intervallo $0 \leq x \leq 20$, con x reale, e tracciare il suo grafico in un sistema di assi ortogonali Oxy.

Risolvere poi il seguente quesito.

Un laboratorio artigiano sostiene i seguenti costi giornalieri:

a) spesa fissa di 200.000 lire;

b) spesa di produzione, dipendente dal numero n di oggetti prodotti (con n numero naturale diverso da zero), uguale a $n^2 - 27n + 250$ (espresso in migliaia di lire) per ogni pezzo prodotto.

Determinare il costo totale C(n), espresso in migliaia di lire, per la produzione di n pezzi. Sapendo che ciascun oggetto è venduto a 154.000 lire, calcolare il ricavo totale giornaliero espresso in migliaia di lire.

Determinare il guadagno G(n), sempre espresso in migliaia di lire, realizzato con la vendita di n pezzi al giorno.

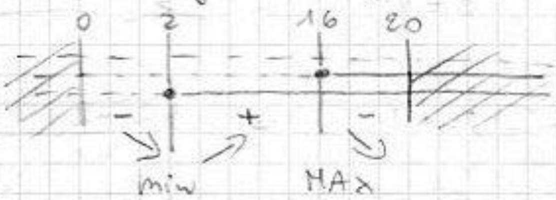
Utilizzando il grafico della funzione studiata in precedenza, determinare il numero di pezzi che il laboratorio deve produrre giornalmente per realizzare il massimo guadagno.

$y = -x^3 + 27x^2 - 96x - 200 \qquad 0 \leq x \leq 20$

$y' = -3x^2 + 54x - 96 = -3(x^2 - 18x + 32)$

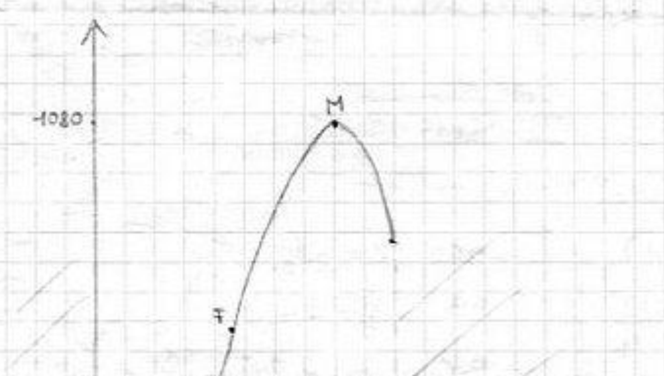
$y' = -3(x-16)(x-2)$

segno di y'



min $(2; -292)$

MAX $(16; 1080)$

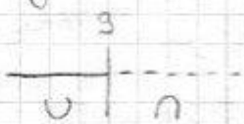


$f(0) = -200$

$f(20) = 680$

$y'' = -6x + 54$

segno di y''



$f(9) = 394$

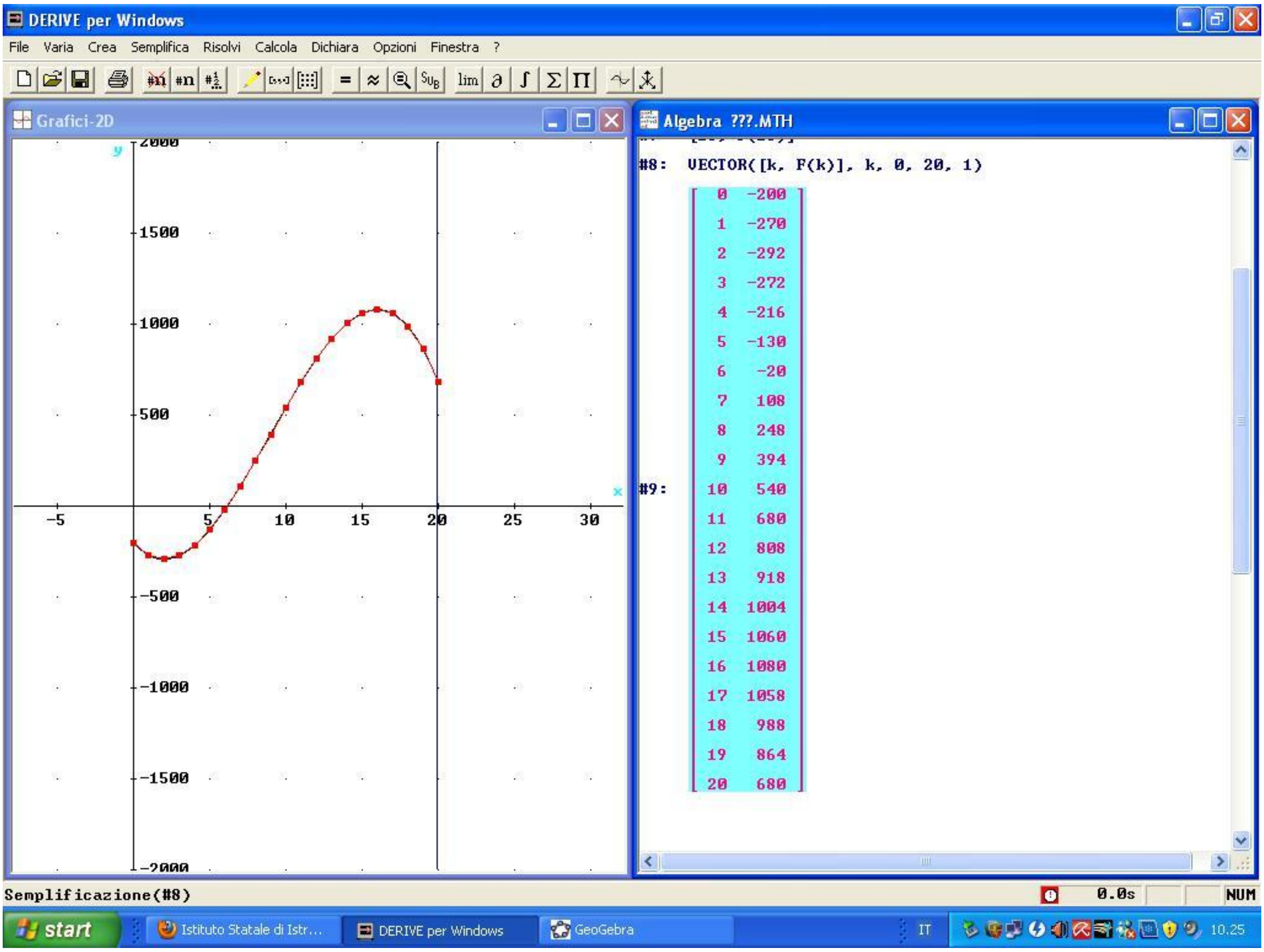
$F\ (9; 394)$

Per risolvere il quesito economico si considera la variabile discreta $n \in N$

La funzione utile risulta uguale alla funzione data $f(x) = -x^3 + 27x^2 - 96x - 200$ ma il dominio è costituito dai soli numeri naturali appartenenti all'intervallo [0;20] :

$$C(m) = m^3 - 27m^2 + 250m + 200$$

$$G_g(m) = 154m - m^3 + 27m^2 - 250m - 200 = -m^3 + 27m^2 - 96m - 200$$



Per realizzare il massimo guadagno (di 1.080.000 lire) si devono produrre 16 pezzi al giorno.

Il problema non chiede quali siano i limiti di produzione affinché l'impresa non sia in perdita.

Se lo chiedesse, la risposta sarebbe: almeno 7 pezzi al giorno (vedi tabella).

(Poiché la funzione non è scomponibile, non avendo a disposizione il computer, tale valore andrebbe valutato mediante metodi di approssimazione. Se non vi fosse il vincolo $n \leq 20$ il limite superiore per non essere in perdita sarebbe determinato dall'altra intersezione positiva della curva con l'asse x, sarebbe quindi: non più di 22 pezzi)