Si consideri l'operazione finanziaria che comporta il sostenimento del costo di 133.000 lire e il conseguimento di due ricavi: il primo di 90.000 lire dopo un anno e il secondo di 63.000 lire dopo due anni.
a) Scrivere l'espressione analitica del risultato economico attualizzato in funzione del tasso di attualizzazione x.
b) Rappresentare graficamente la funzione precedentemente individuata. Facendo vedere, tra l'altro, che essa è decrescente e concava verso l'alto.
c) Porre il risultato economico attualizzato uguale a zero e risolvere l'equazione che così si ottiene, chiarendo quali indicazioni di tipo finanziario fornisce la soluzione trovata.
d) Individuare graficamente, con riferimento al diagramma di cui al punto b), la soluzione della precedente equazione.

Risoluzione

a) $U(x) = 90.000(1+x)^{-1} + 63.000(1+x)^{-2} - 133.000$

b) $U(x) = \frac{90.000}{1+x} + \frac{63.000}{(1+x)^2} - 133.000$ cioe: $U(x) = \frac{90.000(1+x) + 63.000 - 133.000(1+x)^2}{(1+x)^2}$

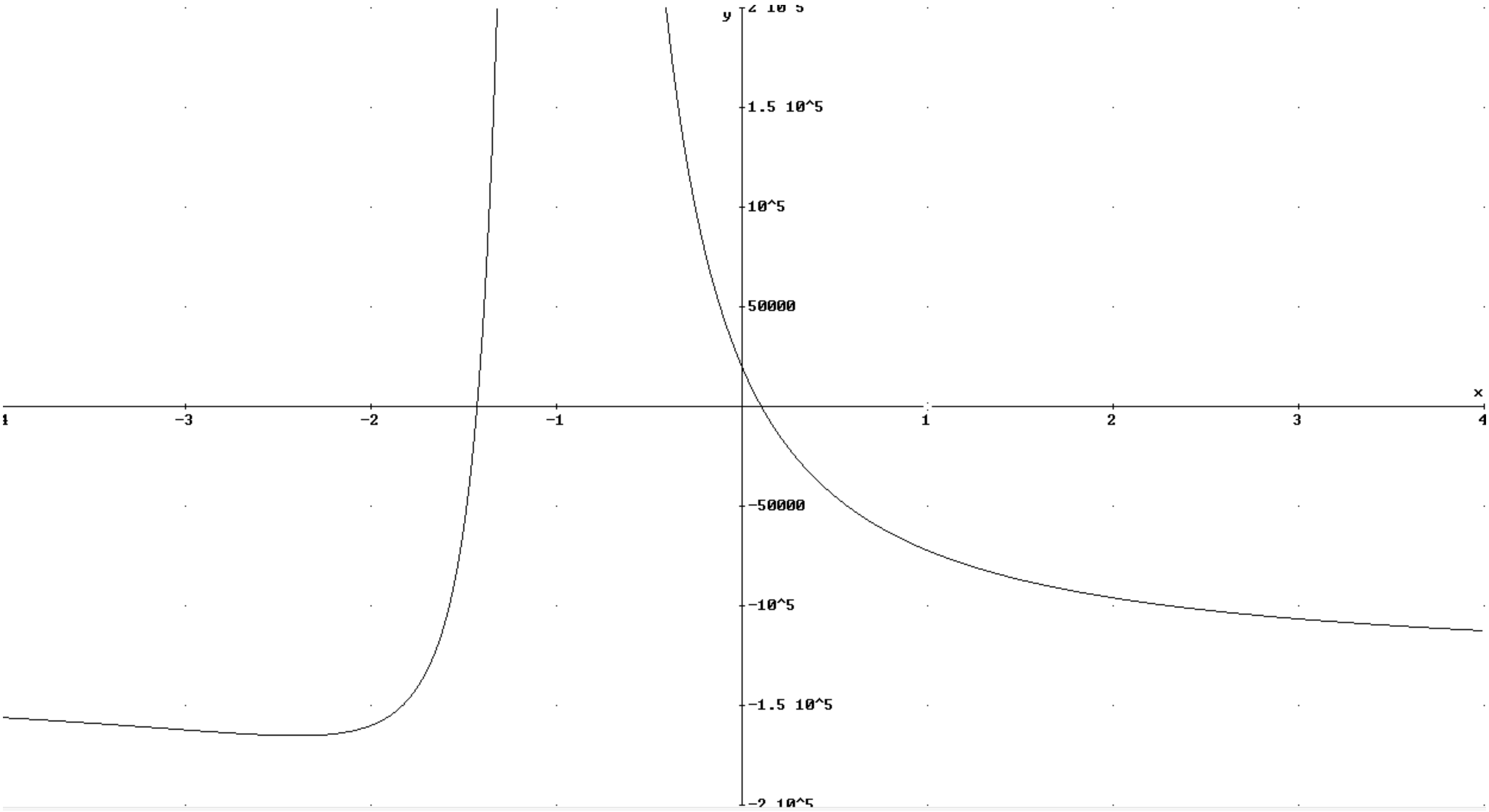
quindi: $U(x) = \frac{-133.000x^2 - 176.000x + 20.000}{(1+x)^2}$

il campo di esistenza è $C.E = \{\forall x \in R : x \neq -1\}$ il dominio della funzione economica $D = \{\forall x \in R : x \geq 0\}$

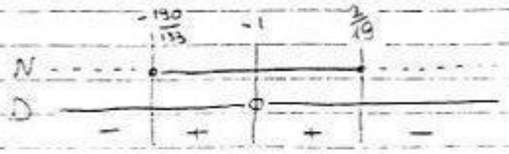
asintoto verticale: $x = -1$ (al di fuori del dominio) asintoto orizzontale $y = -133.000$

intersezioni con gli assi: $\left(-\frac{190}{133};0\right)$ $\left(\frac{2}{19};0\right)$ (0 ; 20.000)

studio del segno: in D la funzione utile è positiva per $x < \frac{2}{19}$ negativa per $x > \frac{2}{19}$

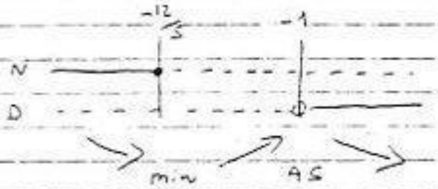


studio del segno



derivata prima

$$y' = \frac{-90000x - 216000}{(1+x)^3}$$

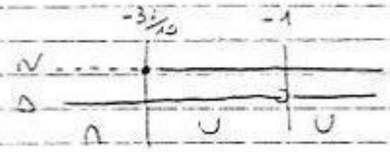


min $\left(-\frac{12}{5}; -165142{,}86\right)$

dal punto di vista economico ($x>0$) la funzione è sempre crescente.

derivata seconda

$$y'' = \frac{180000x + 558000}{(1+x)^4}$$



dal punto di vista economico ($x>0$) la funzione è sempre concava verso l'alto.

c) $y = 0 \Rightarrow 133x^2 + 176x - 20 = 0 \Rightarrow$

$x_1 = \frac{14}{133} = \frac{2}{19} \simeq 0{,}10526$

$x_2 = -\frac{190}{133} \simeq -1{,}42$ NON ACCETTABILE dal punto di vista finanziario

Per un tasso del 10,526 % annuo l'utile è nullo, ovvero si ha equivalenza tra ricavi e costo.

d) Graficamente la soluzione della precedente equazione è l'intersezione positiva con l'asse x. Osservando il grafico si nota che, per avere un utile positivo, bisogna attualizzare ad un tasso inferiore al 10,526 % annuale.