problema n.2 maturità 1986 sessione suppletiva (pag.132 n.51)

Il problema proposto è un problema di scelta in condizioni di certezza con effetti immediati.
Il modello matematico è costituito da una funzione di una variabile discreta. Tale funzione è definita a tratti e costituisce la funzione obiettivo da massimizzare.
La variabile indipendente continua è:
x=pezzi da produrre in una settimana $x \in \mathbb{N}$

a) Per determinare l'espressione del costo totale y=f(x) in funzione dei pezzi prodotti (x) è necessario suddividere l'asse x in tre parti $A = \{ 0 \le x \le 1440 \}$ $B = \{ 1441 \le x \le 1800 \}$ $C = \{ x > 1800 \}$ considerando che $x \in N$ (caso discreto)

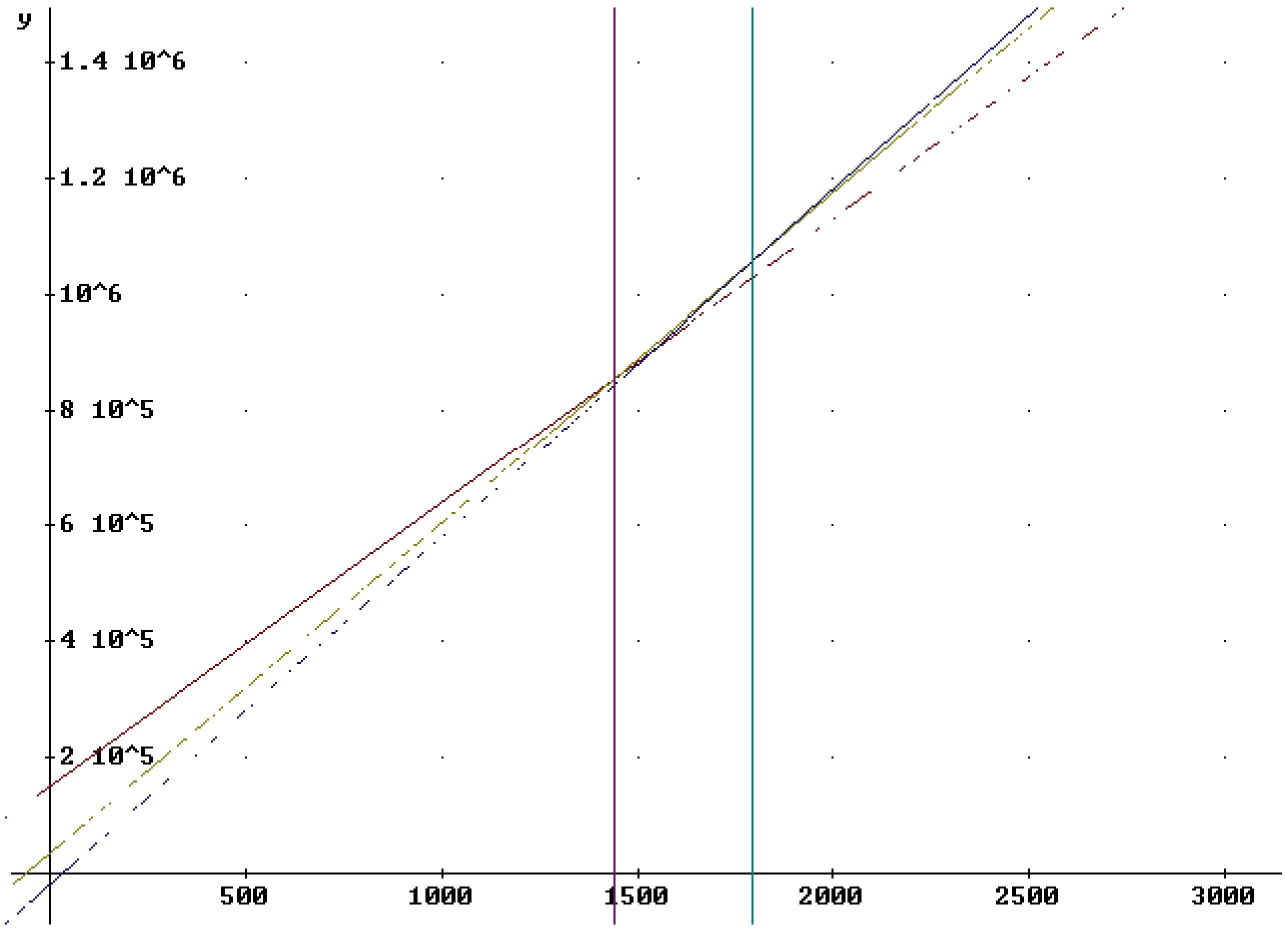
Si ottiene $y = 150.000+250x+240x \Rightarrow y = 490x+150.000$ per $x \in A$

$y = 150.000+250x+320x - 115.200 \Rightarrow y = 570x+34.800$ per $x \in B$

$y = 150.000+250x+350x - 169.200 \Rightarrow y = 600x-19.200$ per $x \in C$

(Si noti che l'espressione per il costo di lavorazione fornita dal testo per il caso B:
320x -115.200 è la somma del costo del lavoro per i primi 1440 pezzi a 240 euro l'uno e per i successivi pezzi a 320 euro l'uno, cioè 240*1440+320(x-1440)
Analogamente, per il caso C, l'espressione:
350x -169.200 è la somma del costo del lavoro per i primi 1440 pezzi a 240 euro l'uno, per i successivi 360 pezzi a 320 euro l'uno e per i successivi, oltre ai 1800 pezzi, a 350 euro l'uno, cioè 240*1440+320*360+350(x-1800)

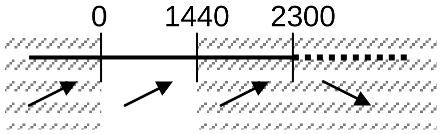
b) La funzione definita in a) si rappresenta sul piano cartesiano:
- con un segmento che congiunge i punti (0;150.000) e (1440; 855.600) nell'insieme A
- con un segmento che congiunge i punti (1440; 855.600) e (1800;1.060.800) nell'insieme B
- con una semiretta di origine i punti e (1800;1.060.800) e di coefficiente ang. 600 nell'insieme C



c) il guadagno si esprime nel seguente modo:

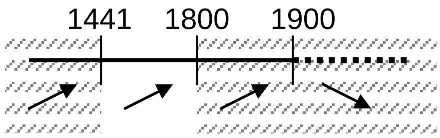
- $G(x) = -0{,}1x^2 + 950x - 490x - 150.000 \Rightarrow G(x) = -0{,}1x^2 + 460x - 150.000$ per $x \in A$
- $G(x) = -0{,}1x^2 + 950x - 570x - 34.800 \Rightarrow G(x) = -0{,}1x^2 + 380x - 34.800$ per $x \in B$
- $G(x) = -0{,}1x^2 + 950x - 600x + 19.200 \Rightarrow G(x) = -0{,}1x^2 + 350x + 19.200$ per $x \in C$

Per determinare il massimo guadagno calcoliamo la derivata di G(x) nei tre insiemi A,B e C e ne calcoliamo il segno:



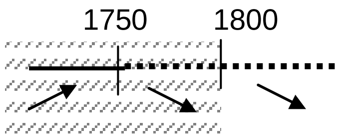
per $x \in A$: $G'(x) = -0{,}2x + 460 \Rightarrow G'(x) \geq 0$ per $x \leq 2300$

quindi nell'insieme $A = \{ 0 \leq x \leq 1440 \}$ la funzione G(x) è sempre crescente. Il max assunto in A è (1440; 305.040)



per $x \in B$: $G'(x) = -0{,}2x + 380 \Rightarrow G'(x) \geq 0$ per $x \leq 1900$

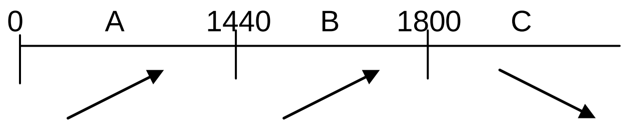
quindi nell'insieme $B = \{ 1441 \leq x \leq 1800 \}$ la funzione G(x) è sempre crescente. Il max assunto B è (1800; 325.200)



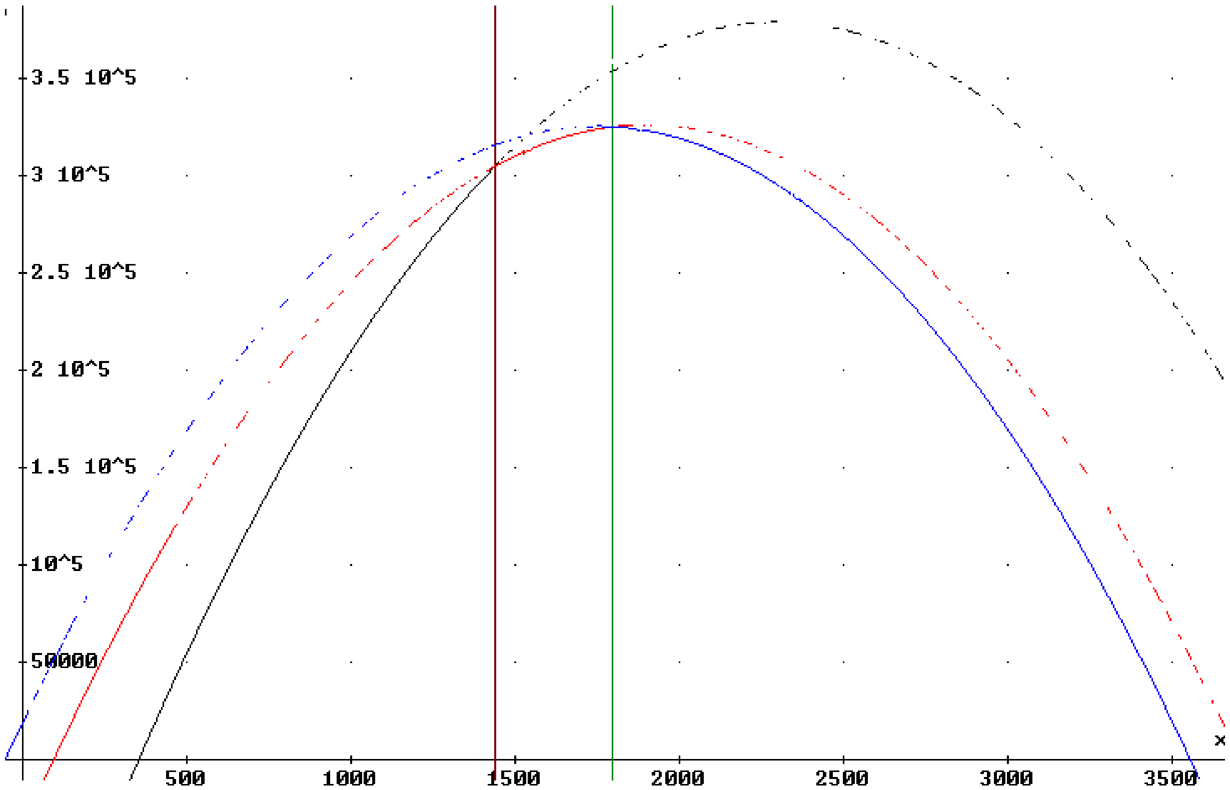
per $x \in C$: $G'(x) = -0{,}2x + 350 \Rightarrow G'(x) \geq 0$ per $x \leq 1750$

quindi nell'insieme $C = \{ x > 1800 \}$ la funzione G(x) è sempre decrescente. Il max assunto in C è (1801; 325.190)

In conclusione:
confrontando le y dei massimi nei tre intervalli, si deduce che:



il massimo della funzione G(x) viene assunto per x=1800 ed è pari a 325.200.
Quindi conviene produrre 1800 pezzi alla settimana con un guadagno di 325.200 lire.



d) Nel punto di massimo guadagno (x=1800) il prezzo di vendita è p= -180+950 =770 lire al pezzo
Il guadagno totale è di lire 325.200.