

1 - Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando ove possibile le proprietà delle potenze:

$$\left(3 - \frac{1}{2}\right)^3 : \left(-\frac{1}{2} - 1\right)^2 \qquad \left(2 - \frac{1}{2}\right)^7 : \left(-\frac{1}{2} - 1\right)^4 \qquad \left[\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}\right]^5 \cdot \left[\left(1 - \frac{2}{5}\right)^2\right]^7$$

2 - Scomponi in fattori i seguenti polinomi:

$$2a - 2ax^2 - x + x^3 \qquad a^3y + y \qquad b^2x^2 + b^2 \qquad b^3y - by \qquad ax^4 - ax$$

3 - Risolvi le seguenti espressioni:

$$(x-2)(x+1)(x+2) - (x-1)^3 \qquad b(a-2b) - \frac{a-4b^4}{2b^2}$$

4 - Risolvi l'equazione $1 - 3x = \frac{7}{2}$ spiegando ogni tuo passaggio, in particolare spiega se stai applicando un principio di equivalenza e in che modo lo stai applicando.

5- Dopo aver spiegato che cosa significa risolvere un'equazione, effettua la verifica della soluzione che hai trovato per l'equazione dell'esercizio 4.

6. Spiega che cosa significa equazione impossibile.

7- Risolvi le seguenti equazioni:

$$\frac{2x^2}{x^2 - 4x + 4} - \frac{2x}{x-2} = 0 \qquad \frac{2}{x} - \frac{3}{x+1} = 0 \qquad \frac{4}{3}(x-3)^2 = \frac{2}{3}x(2x-6)$$

RISOLUZIONE

Esercizio 1

$$\left(3 - \frac{1}{2}\right)^3 : \left(-\frac{1}{2} - 1\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5^3}{2^3} \cdot \frac{2^2}{3^2} = \frac{5^3}{2 \cdot 3^2} = \frac{125}{18}$$

$$\left(2 - \frac{1}{2}\right)^7 : \left(-\frac{1}{2} - 1\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^7 : \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^7 : \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

$$\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}\right]^5 \cdot \left[\left(1 - \frac{2}{5}\right)^2\right]^7 = \left(\frac{3}{5}\right)^{-15} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{14} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{3}$$

Esercizio 2

$$2a - 2ax^2 - x + x^3 = 2a(1-x^2) - x(1-x^2) = (1-x^2)(2a-x) = (1-x)(1+x)(2a-x)$$

$$a^3y + y = y(a^3 + 1) = y(a+1)(a^2 - a + 1)$$

$$b^2x^2 + b^2 = b^2(x^2 + 1)$$

$$b^3y - by = by(b^2 - 1) = by(b-1)(b+1)$$

$$ax^4 - ax = ax(x^3 - 1) = ax(x-1)(x^2 + x + 1)$$

Esercizio 3

$$\begin{aligned} (x-2)(x+1)(x+2) - (x-1)^3 &= (x-2)(x+2)(x+1) - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) = \\ &= (x-2)(x+2)(x+1) - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) = (x^2 - 4)(x+1) - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) = \\ &= (x^3 + x^2 - 4x - 4) - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) = x^3 + x^2 - 4x - 4 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = x^2 - 7x - 3 \end{aligned}$$

$$b(a-2b) - \frac{a-4b^4}{2b^2} = \frac{2b^3(a-2b) - (a-4b^4)}{2b^2} = \frac{2ab^3 - 4b^4 - a + 4b^4}{2b^2} = \frac{2ab^3 - a}{2b^2} = \frac{a(2b^3 - 1)}{2b^2}$$

Esercizio 4

$$1 - 3x = \frac{7}{2} \quad \text{applico il primo principio di equivalenza, sottraendo 1 a entrambi i membri:} \quad 1 - 3x - 1 = \frac{7}{2} - 1$$

$$\text{ottenendo l'equazione equivalente:} \quad -3x = \frac{5}{2} \quad \text{applico il secondo principio di equivalenza, dividendo i due membri}$$

$$\text{per } -3 \text{ (cioè moltiplicando per } -\frac{1}{3} \text{):} \quad -3x \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{2} \left(-\frac{1}{3}\right) \quad \text{ottenendo:} \quad x = -\frac{5}{6}$$

Esercizio 5

Risolvere un'equazione significa determinare il valore (o i valori se l'equazione è di grado superiore al primo) che sostituito all'incognita rende vera l'uguaglianza.

$$\text{Per verificare che il valore } x = -\frac{5}{6} \text{ è effettivamente soluzione dell'equazione } 1 - 3x = \frac{7}{2} \text{ sostituisco } -\frac{5}{6} \text{ a } x$$

$$\text{nell'equazione } 1 - 3x = \frac{7}{2} \text{ quindi: } 1 - 3\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{7}{2} \text{ cioè: } 1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2} \text{ quindi: } \frac{7}{2} = \frac{7}{2} \text{ (uguaglianza vera!)}$$

Esercizio 6

Equazione impossibile significa che non ha alcuna soluzione. Questa situazione si può verificare quando l'incognita viene eliminata e si arriva a un'uguaglianza tra due numeri diversi, quindi un'uguaglianza sempre falsa (qualunque sia il valore attribuito a x). Ma un'equazione è impossibile anche quando l'unica soluzione trovata non è accettabile perché esclusa dalle condizioni di esistenza.

Esercizio 7

$$\frac{2x^2}{x^2 - 4x + 4} - \frac{2x}{x-2} = 0 \quad \frac{2x^2}{(x-2)^2} - \frac{2x}{x-2} = 0 \quad \frac{2x^2 - 2x(x-2)}{(x-2)^2} = 0 \quad \text{C.E. } x \neq 2$$

$$2x^2 - 2x^2 + 4x = 0 \quad 4x = 0 \quad x = 0 \quad \text{quindi: } S = \{0\}$$

$$\frac{2}{x} - \frac{3}{x+1} = 0 \quad \frac{2(x+1) - 3x}{x(x+1)} = 0 \quad \text{C.E. } x \neq -1 \wedge x \neq 0 \quad 2x + 2 - 3x = 0 \quad -x + 2 = 0 \quad x = 2 \quad S = \{2\}$$

$$\frac{4}{3}(x-3)^2 = \frac{2}{3}x(2x-6) \quad \frac{4}{3}(x^2 - 6x + 9) = \frac{2}{3}x(2x-6) \quad \frac{4}{3}x^2 - 8x + 12 = \frac{4}{3}x^2 - 4x \quad -4x = -12 \quad x = 3$$

$$S = \{3\}$$