1 – Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando ove possibile le proprietà delle potenze:

$$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^{5}\cdot\left[\left(1-\frac{3}{5}\right)^{2}\right]^{7}\qquad \left(3-\frac{1}{2}\right)^{3}:\left(-\frac{1}{2}-1\right)^{2}\qquad \left(2-\frac{1}{2}\right)^{7}:\left(-\frac{1}{2}-1\right)^{4}$$

2 - Scomponi in fattori i seguenti polinomi:

$$b^3x-bx\qquad ay^4-ay\qquad 2a-2ay^2-y+y^3\qquad a^3x+x\qquad b^2y^2+y^2$$

3 - Risolvi le seguenti espressioni:

$$(b-2)(b+1)(b+2)-(b-1)^3\qquad b(a-2b)-\frac{a-4b^4}{2b^2}$$

4 – Risolvi l'equazione $1-3x=\frac{7}{2}$ spiegando ogni tuo passaggio, in particolare spiega se stai applicando un principio di equivalenza e in che modo lo stai applicando.

5- Dopo aver spiegato che cosa significa risolvere un'equazione, effettua la verifica della soluzione che hai trovato per l'equazione dell'esercizio 4.

6. Spiega che cosa significa equazione impossibile.

7- Risolvi le seguenti equazioni:

$$\frac{4}{3}(x-3)^2=\frac{2}{3}x(2x-6)\qquad \frac{2x^2}{x^2-4x+4}-\frac{2x}{x-2}=0\qquad \frac{2}{x}-\frac{3}{x+1}=0$$

RISOLUZIONE

Esercizio 1

$$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^{5}\cdot\left[\left(1-\frac{3}{5}\right)^{2}\right]^{7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-15}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{14} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2}$$

$$\left(3-\frac{1}{2}\right)^{3}:\left(-\frac{1}{2}-1\right)^{2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3}:\left(-\frac{3}{2}\right)^{2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3}:\left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \frac{5^3}{2^3}\cdot\frac{2^2}{3^2} = \frac{5^3}{2\cdot 3^2} = \frac{125}{18}$$

$$\left(2-\frac{1}{2}\right)^{7}:\left(-\frac{1}{2}-1\right)^{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{7}:\left(-\frac{3}{2}\right)^{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{7}:\left(\frac{3}{2}\right)^{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3} = \frac{27}{8}$$

Esercizio 2

$$b^3x-bx = bx(b^2-1) = bx(b-1)(b+1)$$

$$ay^4-ay = ay(y^3-1) = ay(y-1)(y^2+y+1)$$

$$2a-2ay^2-y+y^3 \quad = \quad 2a(1-y^2)-y(1-y^2) \quad = \quad (1-y^2)(2a-y) \quad = \quad (1-y)(1+y)(2a-y)$$

$$a^3x+x \quad = \quad x(a^3+1) \quad = \quad x(a+1)(a^2-a+1)$$

$$b^2y^2+y^2 \quad = \quad y^2(b^2+1)$$

Esercizio 3

$$(b-2)(b+1)(b+2)-(b-1)^3 \quad = \quad (b-2)(b+2)(b+1)-(b^3-3b^2+3b-1) \; =$$
$$= \quad (b-2)(b+2)(b+1)-(b^3-3b^2+3b-1) \quad = \quad (b^2-4)(b+1)-(b^3-3b^2+3b-1) \; =$$
$$= \quad (b^3+b^2-4b-4)-(b^3-3b^2+3b-1) \quad = \quad b^3+b^2-4b-4-b^3+3b^2-3b+1 \quad = \quad b^2-7b-3$$

$$b(a-2b)-\frac{a-4b^4}{2b^2} \quad = \quad \frac{2b^3(a-2b)-(a-4b^4)}{2b^2} \quad = \quad \frac{2ab^3-4b^4-a+4b^4}{2b^2} \quad = \quad \frac{2ab^3-a}{2b^2} \quad = \quad \frac{a(2b^3-1)}{2b^2}$$

Esercizio 4

$1-3x=\frac{7}{2}$ applico il primo principio di equivalenza, sottraendo 1 a entrambi i membri: $1-3x-1=\frac{7}{2}-1$

ottenendo l'equazione equivalente: $-3x=\frac{5}{2}$ applico il secondo principio di equivalenza, dividendo i due membri

per -3 (cioè moltiplicando per $-\frac{1}{3}$) : $-3x\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{2}\left(-\frac{1}{3}\right)$ ottenendo: $x=-\frac{5}{6}$

Esercizio 5

Risolvere un'equazione significa determinare il valore (o i valori se l'equazione è di grado superione al primo) che sostituito all'incognita rende vera l'uguaglianza.

Per verificare che il valore $x=-\frac{5}{6}$ è effettivamente soluzione dell'equazione $1-3x=\frac{7}{2}$ sostituisco $-\frac{5}{6}$ a x

nell'equazione $1-3x=\frac{7}{2}$ quindi: $1-3\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{7}{2}$ cioè: $1+\frac{5}{2}=\frac{7}{2}$ quindi: $\frac{7}{2}=\frac{7}{2}$ (uguaglianza vera!)

Esercizio 6

Equazione impossibile significa che non ha alcuna soluzione. Questa situazione si può verificare quando l'incognita viene eliminata e si arriva a un'uguaglianza tra due numeri diversi, quindi un'uguaglianza sempre falsa (qualunque sia il valore attribuito a x). Ma un'equazione è impossibile anche quando l'unica soluzione trovata non è accettabile perché esclusa dalle condizioni di esistenza.

Esercizio 7

$$\frac{4}{3}(x-3)^2=\frac{2}{3}x(2x-6) \qquad \frac{4}{3}(x^2-6x+9)=\frac{2}{3}x(2x-6) \qquad \frac{4}{3}x^2-8x+12=\frac{4}{3}x^2-4x \qquad -4x=-12 \qquad x=3$$

$$S=\{3\}$$

$$\frac{2x^2}{x^2-4x+4}-\frac{2x}{x-2}=0 \qquad \frac{2x^2}{(x-2)^2}-\frac{2x}{x-2}=0 \qquad \frac{2x^2-2x(x-2)}{(x-2)^2}=0 \qquad C.E.\; x\neq 2$$

$$2x^2-2x^2+4x=0 \qquad 4x=0 \qquad x=0 \qquad \text{quindi:} \qquad S=\{0\}$$

$$\frac{2}{x}-\frac{3}{x+1}=0 \qquad \frac{2(x+1)-3x}{x(x+1)}=0 \qquad C.E.\; x\neq -1 \wedge x\neq 0 \qquad 2x+2-3x=0 \qquad -x+2=0 \quad x=2 \qquad S=\{2\}$$