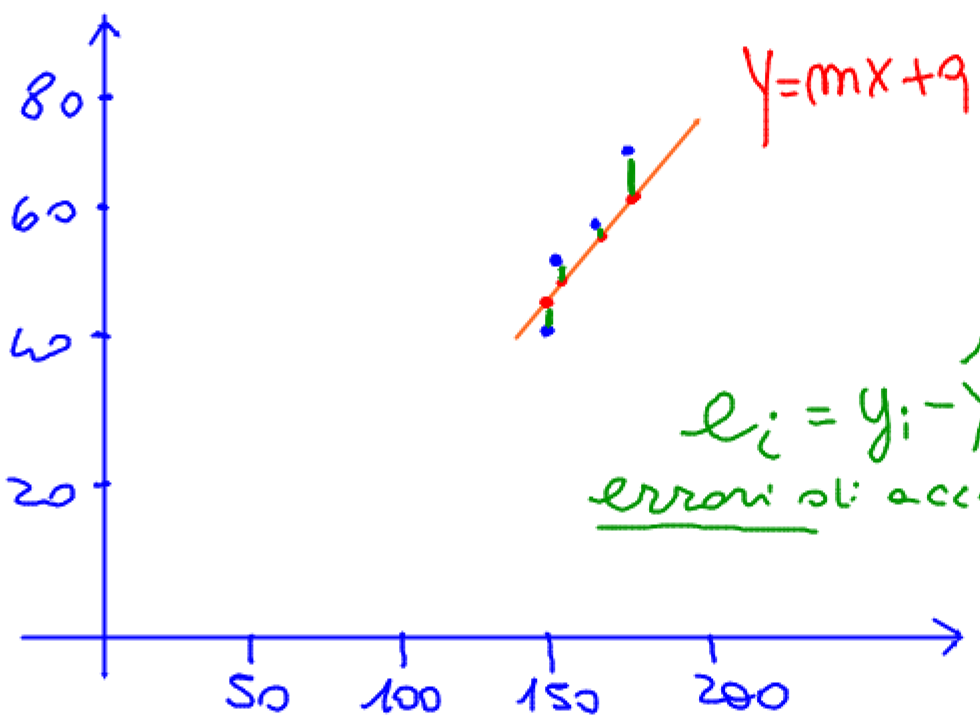
Pag. 118 vol 2

popolazione statistica BIVARIATA =
= insieme di unità statistiche che hanno due caratteristiche che si possono esprimere numericamente
(esempio peso e altezza di un gruppo di persone)

grafico a dispersione
= rappresentazione grafica delle due caratteristiche (una sull'asse x l'altra sull'asse y



altezza x	peso y
150	40
175	70
170	60
155	52

$\hat{y}_i = f(x_i)$ valori teorici

$e_i = y_i - \hat{y}_i$
errori di accostamento

INTERPOLAZIONE STATISTICA
serve a determinare una funzione che rappresente i dati statistici
(la curva passa FRA i punti

Noi utilizzeremo solo la RETTA per effettuare l'interpolazione statistica (ma si possono utilizzare anche funzioni non lineari)

$$e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - f(x_i)$$

$$\sum_{i=1}^{m} e_i^2 = \sum_{i=1}^{m} (y_i - f(x_i))^2$$

m è il numero di unità statistiche considerate

esempio
$$\sum_{i=1}^{3} x_i = x_1 + x_2 + x_3$$
$$\sum_{i=1}^{4} e_i^2 = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2$$

funzione somma degli errori al quadrato
Se rendo minima questa funzione $\sum_{i=1}^{m} e_i^2$ allora la $f(x)$ è la funzione interpolante secondo il METODO DEI MINIMI QUADRATI
(cioè è la migliore che approssima e descrive i dati)

noi utilizziamo come funzione interpolante la RETTA
quindi una funzione del tipo: $y = mx + q$

quindi $\sum_{i=1}^{m} e_i^2 = \sum_{i=1}^{m} (y_i - mx_i - q)^2$ ← è una funzione di m e q

$S(m,q)$ è da rendere MINIMA

Per rendere minima questa funzione
$$S(m,q) = \sum_{i=1}^{m} (y_i - mx_i - q)^2$$
risolvo il sistema dato dalle due derivate S'_m e S'_q uguagliate a 0

cioè $\begin{cases} S'_m = 0 \\ S'_q = 0 \end{cases}$

$$S(m,q) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - m x_i - q)^2$$

$$\begin{cases} S'_m = 0 \\ S'_q = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} 2(y_i - m x_i - q)(-x_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} 2(y_i - m x_i - q)(-1) = 0 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{n} = \sum$$

$$\begin{cases} \sum 2(-x_i y_i + m x_i^2 + q x_i) = 0 \\ \sum 2(-y_i + m x_i + q) = 0 \end{cases}$$

esempi

$$\sum_{i=1}^{3} 2x_i = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2(x_1 + x_2 + x_3) = 2\sum_{i=1}^{3} x_i$$

raccolgo il 2 come fattore comune

$$\begin{cases} 2\sum(-x_i y_i + m x_i^2 + q x_i) = 0 \\ 2\sum(-y_i + m x_i + q) = 0 \end{cases}$$

per il 2° principio di equivalenza delle equazioni divido i due membri per 2

$$\begin{cases} \sum(-x_i y_i + m x_i^2 + q x_i) = 0 \\ \sum(-y_i + m x_i + q) = 0 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{3} (x_i + y_i) = x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + x_3 + y_3 = x_1 + x_2 + x_3 + y_1 + y_2 + y_3 = \sum_{i=1}^{3} x_i + \sum_{i=1}^{3} y_i$$

QUINDI LA SOMMATORIA DI UNA SOMMA è uguale alla SOMMA delle SOMMATORIE

$$\begin{cases} \sum(-x_i y_i) + \sum m x_i^2 + \sum q x_i = 0 \\ \sum(-y_i) + \sum m x_i + \sum q = 0 \end{cases}$$

ora raccolgo i fattori comuni (-1, m, q rispettivamente per la prima, seconda e terza sommatoria)

$$\begin{cases} -\sum x_i y_i + m\sum x_i^2 + q\sum x_i = 0 \\ -\sum y_i + m\sum x_i + nq = 0 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{n} q = \underbrace{q + q + q + q + \cdots}_{n \text{ volte}}$$

quindi $\sum_{i=1}^{n} q = nq$

$$\begin{cases} m\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + q\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ m\sum_{i=1}^{n} x_i + nq = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

La forma più semplice per ricordare questo sistema è:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} y_i = m\sum_{i=1}^{n} x_i + nq \\ \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = m\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + q\sum_{i=1}^{n} x_i \end{cases}$$