36

Vincoli di segno

$x \geq 0$, $y \geq 0$, $p_1 \geq 0$, $p_2 \geq 0$

$x = 100 - 2p_1 - p_2$

$y = 80 - p_1 - p_2$

$$\begin{cases} p_2 = 100 - 2p_1 - x \\ y = 80 - p_1 - 100 + 2p_1 + x \end{cases} \quad \begin{cases} \text{IDEM} \\ y = -20 + p_1 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = +20 - x + y \\ p_2 = 100 - 2(20 - x + y) - x \end{cases} \quad \begin{cases} \text{IDEM} \\ p_2 = 60 - 2y + x \end{cases}$$

$$R(x;y) = (20 - x + y)x + (60 - 2y + x)y$$

$$20x - x^2 + yx + 60y - 2y^2 + xy$$

$$C(x;y) = 4x + 10y$$

$$U(x;y) = 20x - x^2 + 2xy + 60y - 2y^2 - 4x - 10y$$

$$16x - x^2 + 2xy + 50y - 2y^2$$

$$z'_x = 16 - 2x + 2y$$

$$z'_y = 2x + 50 - 4y$$

$$\begin{cases} 16 - 2x + 2y = 0 \\ 2x + 50 - 4y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 16 + 2y \Rightarrow x = 8 + y \Rightarrow x = 41 \\ 16 + 2y + 50 - 4y = 0 \Rightarrow y = 33 \end{cases}$$

$z''_{xx} = -2$

$z''_{xy} = +2$

$z''_{yx} = 2$

$z''_{yy} = -4$

$$H = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 8 - 4 = 4 > 0$$

$z''_{xx} < 0$ ABBIAMO UN MAX

$U(41,33) = 1153$

$p_1 = 20 - 41 + 33 = 12$

$p_2 = 60 + 41 - 66 = 35$

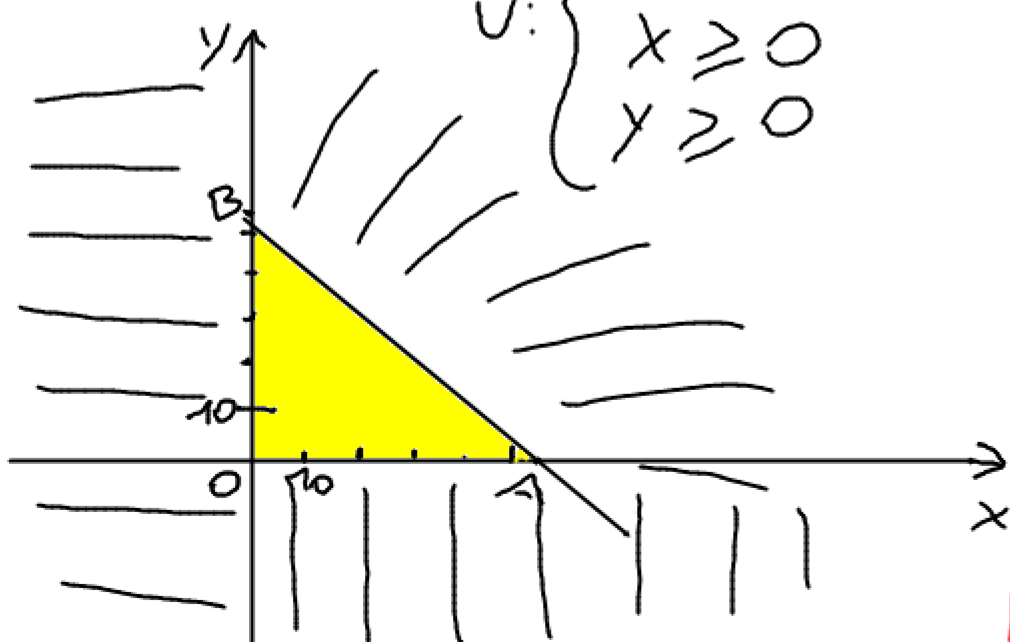
LE QTA' CHE RENDONO MASSIMO L'UTILE (1153 euro) SONO 41 PER IL PRIMO BENE e 33 PER IL SECONDO BENE.

I RELATIVI PREZZI SONO 12 € PER IL PRIMO BENE E 35€ PER IL SECONDO BENE.

36 BIS) $U(x;y) = -x^2 - 2y^2 + 2xy + 16x + 50y$

$$V: \begin{cases} x+y \le 54 \rightarrow y \le -x+54 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

DALLA SOLUZIONE DEL N°36 SAPPIAMO CHE IL PUNTO STAZIONARIO È (41;33) TALE PUNTO È FUORI DAL VINCOLO



PUNTI TRA CUI FARE LA SCELTA:

(0;0) Z=0

(54;0) Z=-2052

(0;54) Z=-3132

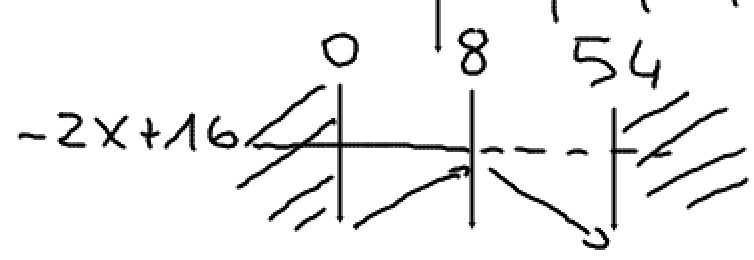
(8;0) Z=64

(0;12,5) Z=312,5

(29;25) $\boxed{Z=1073}$

OA $\begin{cases} y=0 \\ 0 \le x \le 54 \end{cases} \rightarrow Z = -x^2 + 16x$

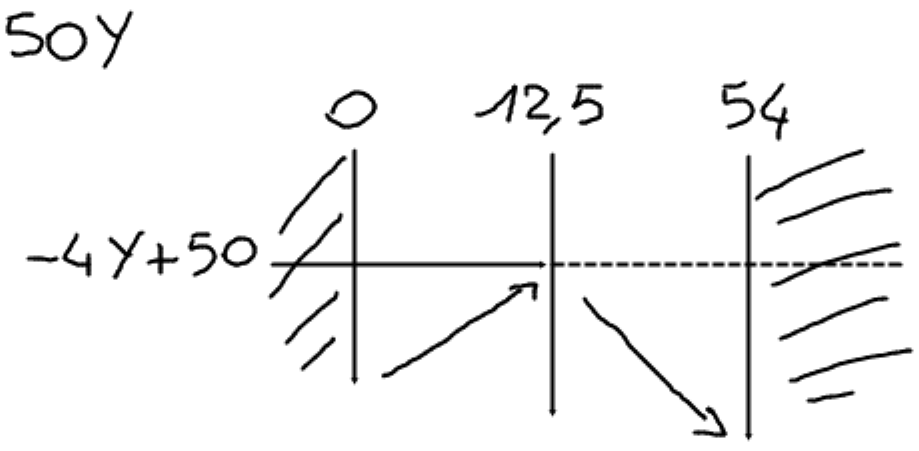
$Z' = -2x + 16$



(8;0)

OB $\begin{cases} x=0 \\ 0 \le y \le 54 \end{cases} \rightarrow Z = -2y^2 + 50y$

$Z' = -4y + 50$



(0;12,5)

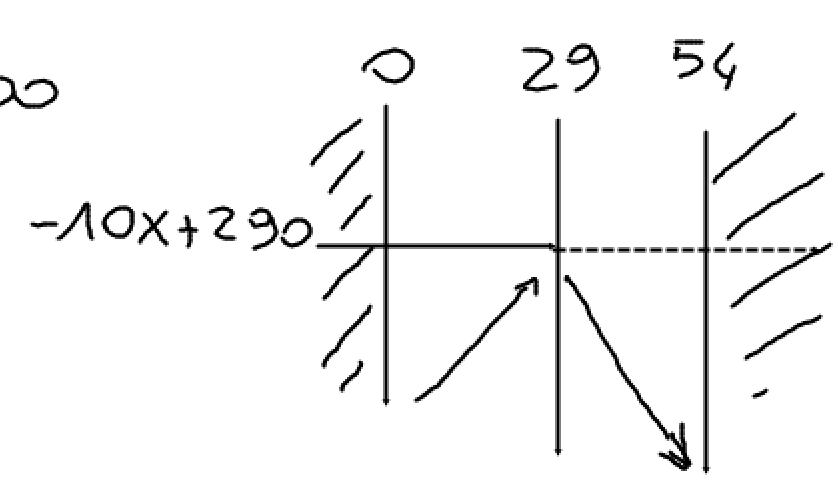
AB $\begin{cases} y = -x + 54 \\ 0 \le x \le 54 \end{cases} \rightarrow Z = -x^2 - 2(-x+54)^2 + 2x(-x+54) + 16x + 50(-x+54)$

$\begin{cases} Z = -x^2 - 2(x^2 + 2916 - 108x) - 2x^2 + 108x + 16x - 50x + 2700 \\ 0 \le x \le 54 \end{cases}$

(29;25)

$\begin{cases} Z = -x^2 - 2x^2 - 5832 + 216x - 2x^2 + 108x + 16x - 50x + 2700 \\ \text{IDEM} \end{cases}$

$\begin{cases} Z = -5x^2 + 290x - 3132 \end{cases}$ $\quad Z' = -10x + 290$



CON IL LIMITE DI PRODUZIONE DI 54 UNITÀ IL MASSIMO UTILE SI TROVA PRODUCENDO 29 UNITÀ DEL 1° BENE E 25 UNITÀ DEL 2° BENE.

I RELATIVI PREZZI SONO 16 e 39

$P_1 = 20 - 29 + 25 = 16$

$P_2 = 60 + 29 - 50 = 39$

SE IL LIMITE DI PRODUZIONE FOSSE 80 UNITÀ, RISCONTRIAMO CHE IL MASSIMO UTILE TROVATO SENZA VINCOLI ($x=41$; $y=33$) RISPETTA QUESTO VINCOLO, QUINDI È IL RISULTATO ECONOMICO ANCHE IN QUESTO CASO

SE IL VINCOLO INVECE DI ESSERE $x+y \le 80$ FOSSE $x+y=80$, ALLORA DOVREI RISOLVERE IL PROBLEMA SOSTITUENDO $y = 80 - x$ ALLA FUNZIONE UTILE. IL RISULTATO ECONOMICO MI PORTEREBBE, IN QUESTO CASO, AD UN UTILE MINORE RISPETTO A QUELLO TROVATO SENZA VINCOLI.

SE IL VINCOLO FOSSE $y+x=54$ IL RISULTATO SAREBBE UGUALE A QUELLO CON IL VINCOLO $x+y \le 54$, MA IL PROCEDIMENTO SAREBBE PIÙ BREVE