

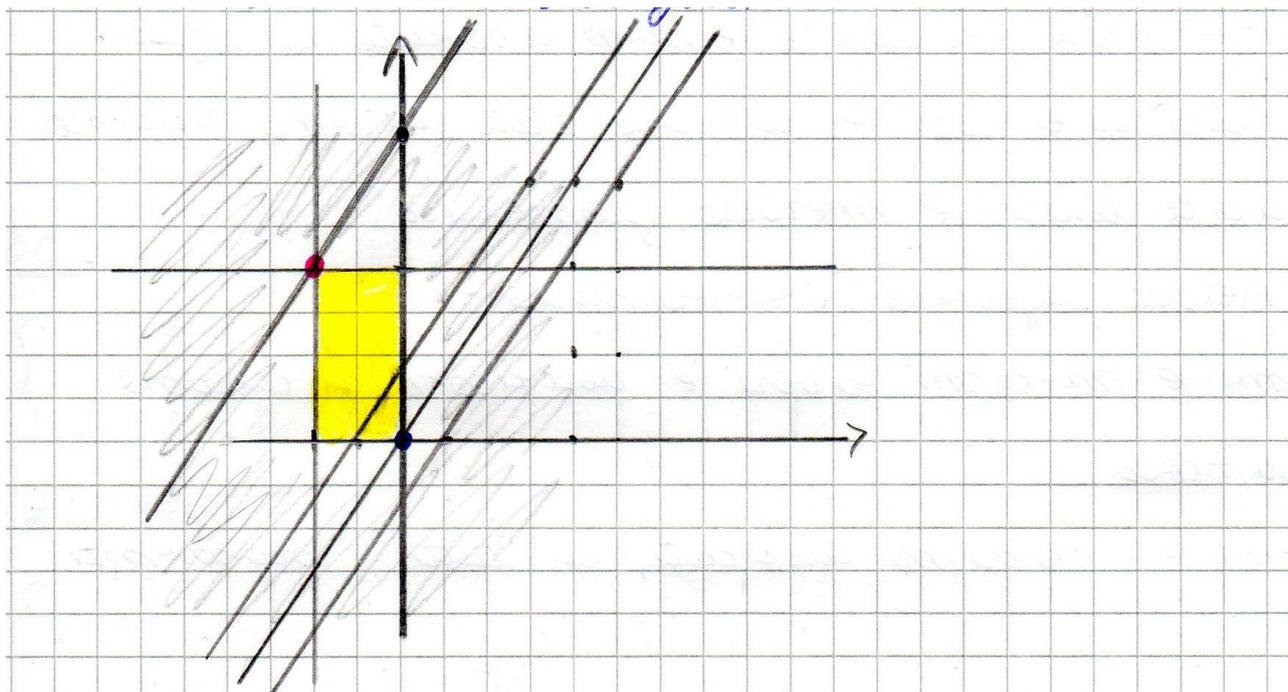
Esercizio sulla determinazione di punti estremanti vincolati di funzioni di due variabili

1) Determina il massimo assoluto e il minimo assoluto della funzione

$$z = 3x - 2y \quad \text{soggetta al vincolo: } \begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

Risoluzione con il metodo geometrico:

Il vincolo è il rettangolo di vertici  $O(0;0)$   $A(0;2)$   $B(-1;2)$   $C(-1;0)$



**LINEE DI LIVELLO**

$z=0$	$z=-1$	$z=1$
$3x - 2y = 0$	$3x - 2y = -1$	$3x - 2y = 1$
$-2y = -3x$	$-2y = -3x - 1$	$-2y = -3x + 1$
$y = \frac{3}{2}x$	$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$	$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

Le linee di livello sono rette parallele fra di loro.

Al crescere di  $z$  le linee di livello si spostano verso il basso. Quindi la prima linea di livello che incontra il vincolo, al crescere di  $z$ , è quella che passa dal punto  $B$ , l'ultima è quella che passa dal punto  $O$

Quindi:

$$\text{MINIMO } (-1, 2) \bullet \quad z = -3 - 4 \rightarrow z = -7$$

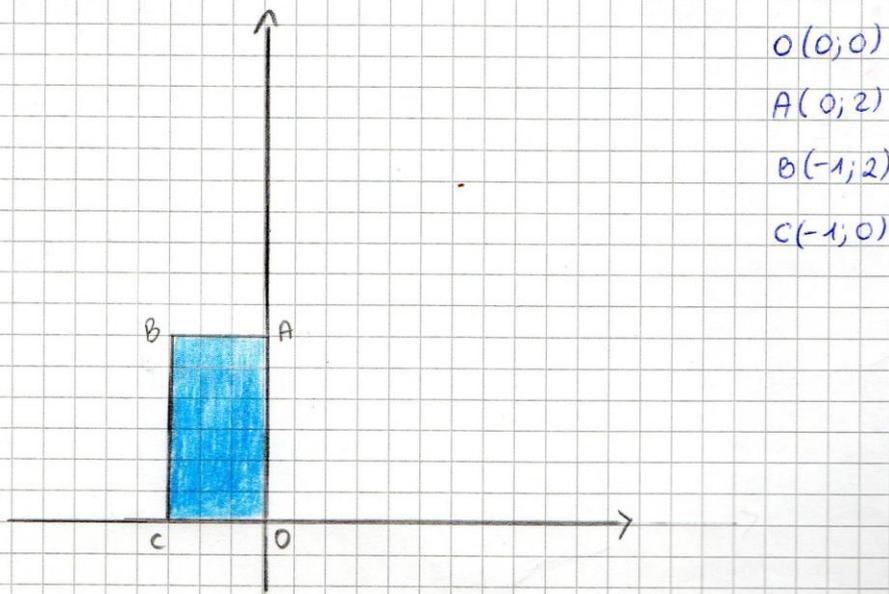
$$\text{MASSIMO } (0, 0) \bullet \quad z = 0$$

Per determinare il max assoluto e il min assoluto di una funzione di due variabili con il vincolo dato da una regione di solito è preferibile usare il metodo geometrico.

Per utilizzare il metodo algebrico è necessario:

- cercare i massimi e minimi liberi e verificare se cascano all'interno del vincolo;
- trovare i massimi e i minimi assoluti su tutti i segmenti del contorno;
- confrontare le "z" di tutti i massimi e i minimi ottenuti all'interno e sul contorno.

Se la funzione è lineare e anche il vincolo è lineare cioè tutti i vincoli sono di primo grado, allora il massimo assoluto e il minimo assoluto sono necessariamente su uno dei vertici della regione vincolata.



In questo caso essendo la funzione  $z = 3x - 2y$  di primo grado

ed essendo di primo grado anche i vincoli  $\begin{cases} -1 \leq x \leq 0 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$  per determinare il massimo assoluto e il

minimo assoluto, basta confrontare le z assunte sui vertici di O, A, B, C

cioè:  $z(O)=0$   $z(A)=-4$   $z(B)=-7$   $z(C)=-3$

ottenendo lo stesso risultato determinato con il metodo geometrico.

Per capire perché

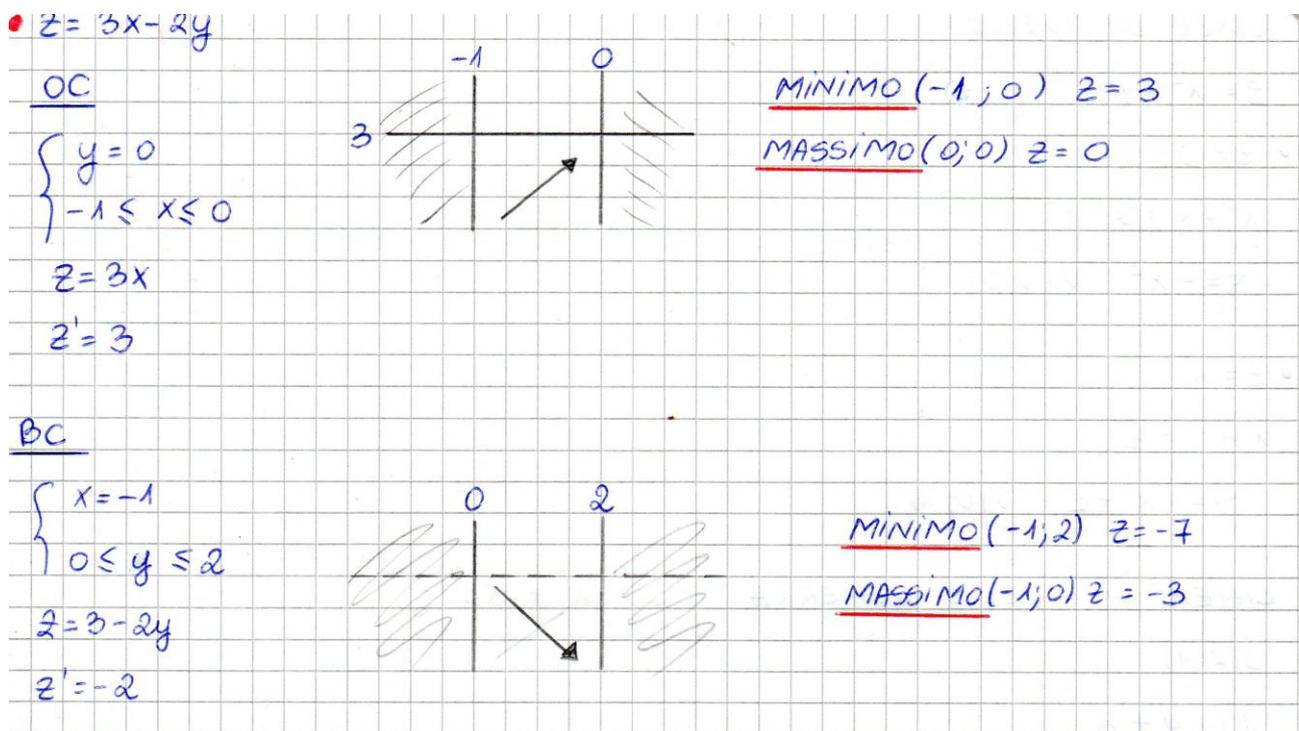
se la funzione è lineare (cioè di primo grado) e i vincoli sono tutti lineari il massimo assoluto e il minimo assoluto possono essere assunti solo sui **vertici** della regione vincolare,

consideriamo che le funzioni di due variabili lineari sono piani:

nel nostro caso:

$z = 3x - 2y$  non ha massimi e minimi liberi  
È un piano inclinato che passa x l'origine.

Sul contorno della regione si ha:



In modo analogo su OA e su BA la funzione assume massimo e minimo sugli estremi dei segmenti