Esercizio sulla determinazione di punti estremanti vincolati di funzioni di due variabili

Determina il massimo assoluto e il minimo assoluto della funzione

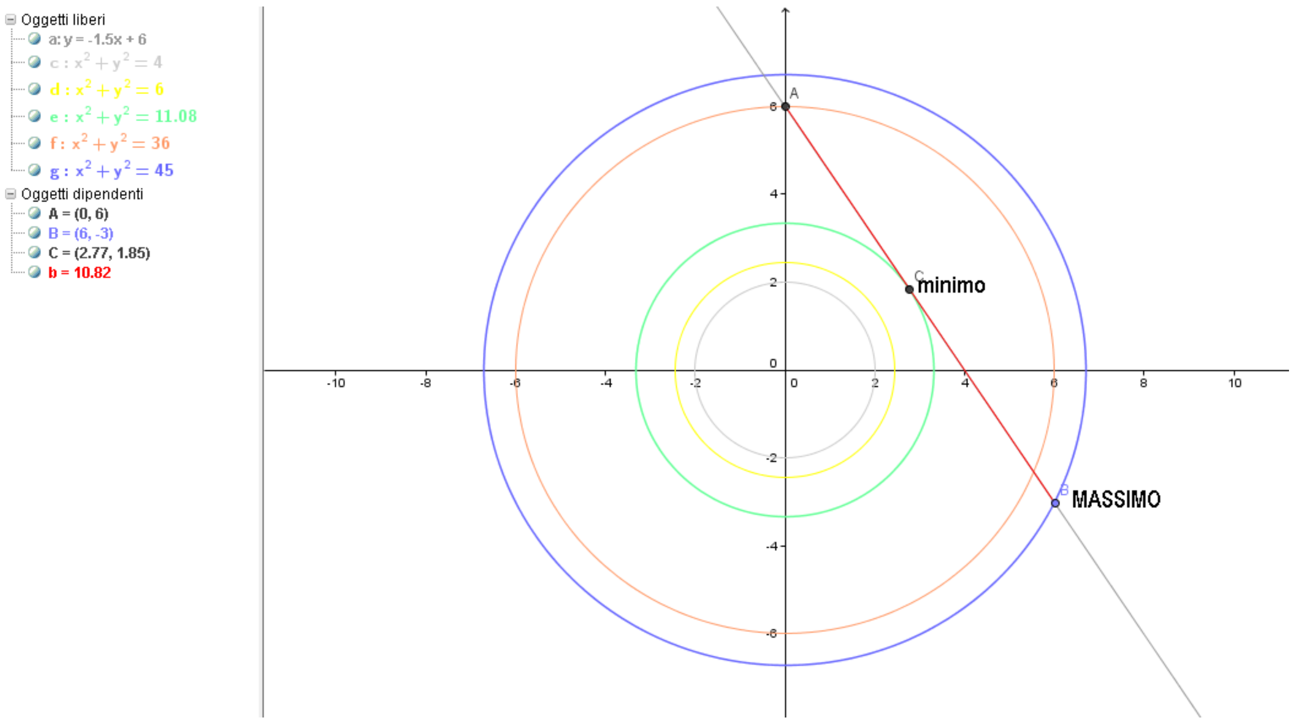
$z = x^2 + y^2$ soggetta al vincolo 3x+2y=12 con $0 \le x \le 6$

Con il metodo geometrico, sostituendo $y = -\frac{3}{2}x + 6$ alla funzione e derivando la funzione di una variabile così ottenuta, si conclude che il minimo assoluto, $z = \frac{144}{13}$ è in corrispondenza del punto $\left(\frac{36}{13}; \frac{24}{13}\right)$ in cui si annulla la derivata.
Il massimo assoluto, si trova invece confrontando i valori di z assunti nei due punti (0; 6) e (6;-3) è quindi z=45 in (6;-3)

Risoluzione con il metodo geometrico:

Il vincolo è dato dal segmento AB colorato in rosso.

Le linee di livello sono circonferenze di equazione $x^2 + y^2 = k$
Tali circonferenze hanno tutte centro nell'origine e raggio crescente al crescere di k $r = \sqrt{k}$



Il minimo assoluto si trova in corrispondenza della prima circonferenza che, al crescere di k, incontra il vincolo: $z = \frac{144}{13}$ in $\left(\frac{36}{13}; \frac{24}{13}\right)$ Essa è la tangente al segmento e il punto di tangenza si può determinare risolvendo il sistema tra $y = -\frac{3}{2}x + 6$ e la perpendicolare passante per l'origine $y = \frac{2}{3}x$
Il massimo assoluto si trova in corrispondenza dell'ultima circonferenza che, al crescere di k, incontra il vincolo: z= 45 in (6;-3)