X = tavole da ordinare ogni volta (LOTTO ECONOMICO)

periodo di riferimento: ANNO (P)

$0 < X \leq 250$ $\quad X \in \mathbb{N}$ $\quad Q = 5000$ ← quantità necessaria nel periodo P (anno)

C (capacità del magazzino)

$S = 40$ euro (costo di ogni ordinazione)

$s = 10$ euro per ogni tavola all'anno (costo per ogni unità immagazzinata nel periodo di tempo P

$c = 15$ euro per ogni tavola ← SERVE SOLO SE ci sono sconti

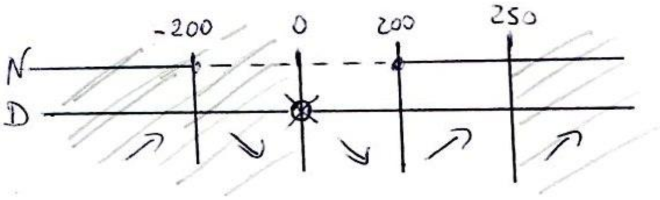
FUNZIONE COSTO (trasp + magazzinaggio) da rendere minima

$$y = 40 \cdot \frac{5000}{x} + 10\frac{x}{2} \quad \text{con} \quad 0 < x \leq 250$$

$$y = \frac{200\,000}{x} + 5x \quad \Rightarrow \quad y = \frac{200\,000 + 5x^2}{x}$$

$$y' = \frac{10x^2 - 200\,000 - 5x^2}{x^2}$$

$$y' = \frac{5x^2 - 200\,000}{x^2}$$



$C(200) = 40 \cdot 25 + 10 \cdot 100 = 1000 + 1000 = 2000$

Nel punto in cui il costo è minimo, il costo di trasporto e il costo di magazzinaggio sono uguali

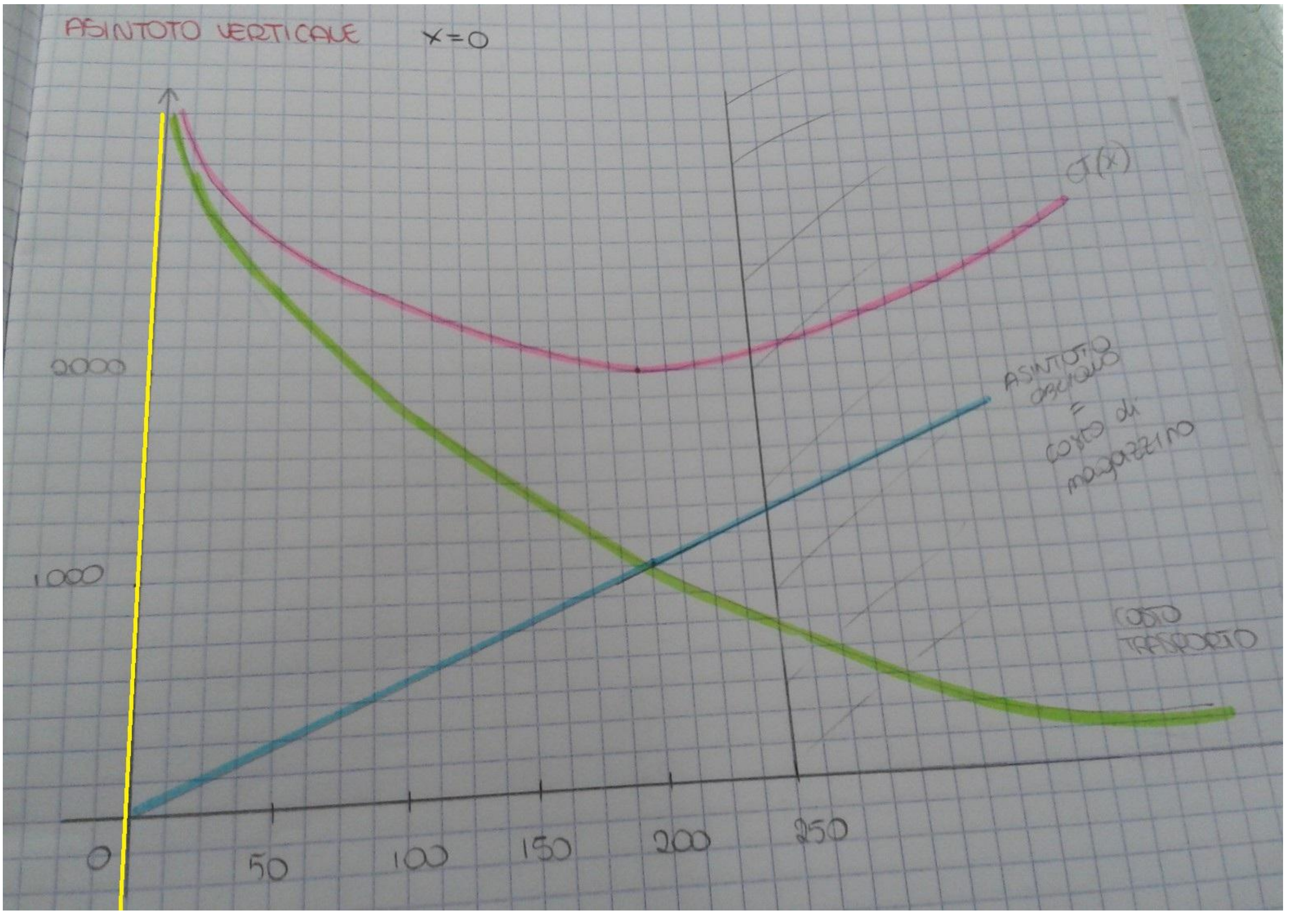
La quantità ottimale da ordinare ogni volta (lotto economico) è 200 tavole con un costo totale di trasporto e magazzinaggio di 2000 euro

Il numero di ordinazioni è $n = \frac{5000}{200}$ quindi 25 all'anno

La periodicità delle ordinazioni, cioè il tempo T che intercorre tra un'ordinazione e l'altra è $T = \frac{P}{n} = \frac{360}{25} = 14$ giorni

Quindi si effettua un trasporto ogni 14 giorni

La funzione $y = \dfrac{200.000}{x} + 5x$ nell'intervallo $0 < x \le 250$ si rappresenta sul piano cartesiano come nella seguente figura, tenendo conto dei due asintoti $x = 0$ e $y = 5x$ e del minimo (200; 2000)



La funzione $y = \dfrac{200.000}{x} + 5x$ (rappresentata in rosa nella figura)

è la somma delle due funzioni:

$y = \dfrac{200.000}{x}$ (rappresentata in verde) e $y = 5x$ (rappresentata in azzurro)

costo per il trasporto — costo di magazzinaggio

Si noti che la funzione costo di magazzinaggio corrisponde all'asintoto obliquo della funzione costo di trasporto e di magazzinaggio

Queste osservazioni valgono, in generale, per il modello del problema di magazzino $y = \dfrac{S.Q}{x} + \dfrac{s}{2}x$ con $0 < x \le C$

dove la funzione $y = \dfrac{S.Q}{x} + \dfrac{s}{2}x$ ha asintoti $x = 0$ e $y = \dfrac{s}{2}x$ ed è la somma di $y = \dfrac{S.Q}{x}$ e $y = \dfrac{s}{2}x$

Se varia la **CAPACITÀ** del magazzino:

- se $C \geq 200$ la soluz. non cambia $(x = 200)$
  se $C < 200$ la soluzione è $x = C$
  con un costo superiore

ad esempio, se fosse $C = 180$

$C(180) = 40 \cdot 27,\bar{7} + 10 \cdot 90 = 1111,11 + 900 = 2011,11$

si dovrebbero ordinare 180 tavole alla volta con un costo di trasporto e magazzinaggio di 2011,11 euro

Se si applicassero **SCONTI** il costo delle tavole influenzerebbe il risultato

ad esempio, se si applicasse uno sconto del 2% per ordinazioni di almeno 220 tavole per volta si otterrebbe:

Costo Totale (compreso il costo delle tavole)

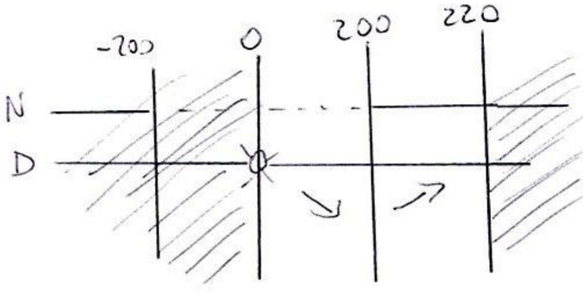
$$\begin{cases} y = \dfrac{200'000}{x} + 5x + 75'000 & \text{se } 0 < x < 220 \\[2ex] y = \dfrac{200'000}{x} + 5x + 73'500 & \text{se } x \geq 220 \end{cases}$$

la derivata in entrambi i casi è

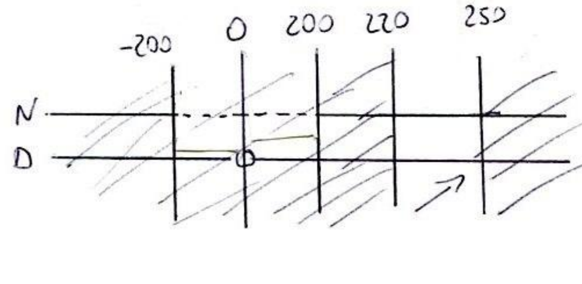
$$y' = \frac{5x^2 - 200'000}{x^2}$$ (come visto in precedenza)

quindi:

per $0 < x < 220$



per $220 \leq x \leq 250$



Nel tratto $0 < x < 220$
il minimo è $x = 200$
$C_T(200) = \underline{77'000}$

Nel tratto $220 \leq x \leq 250$
il minimo è $x = 220$
$C_T(220) = \underline{75'509,09}$

Confrontando i valori assunti nei minimi dei due tratti si deduce che conviene ordinare 220 tavole per volta