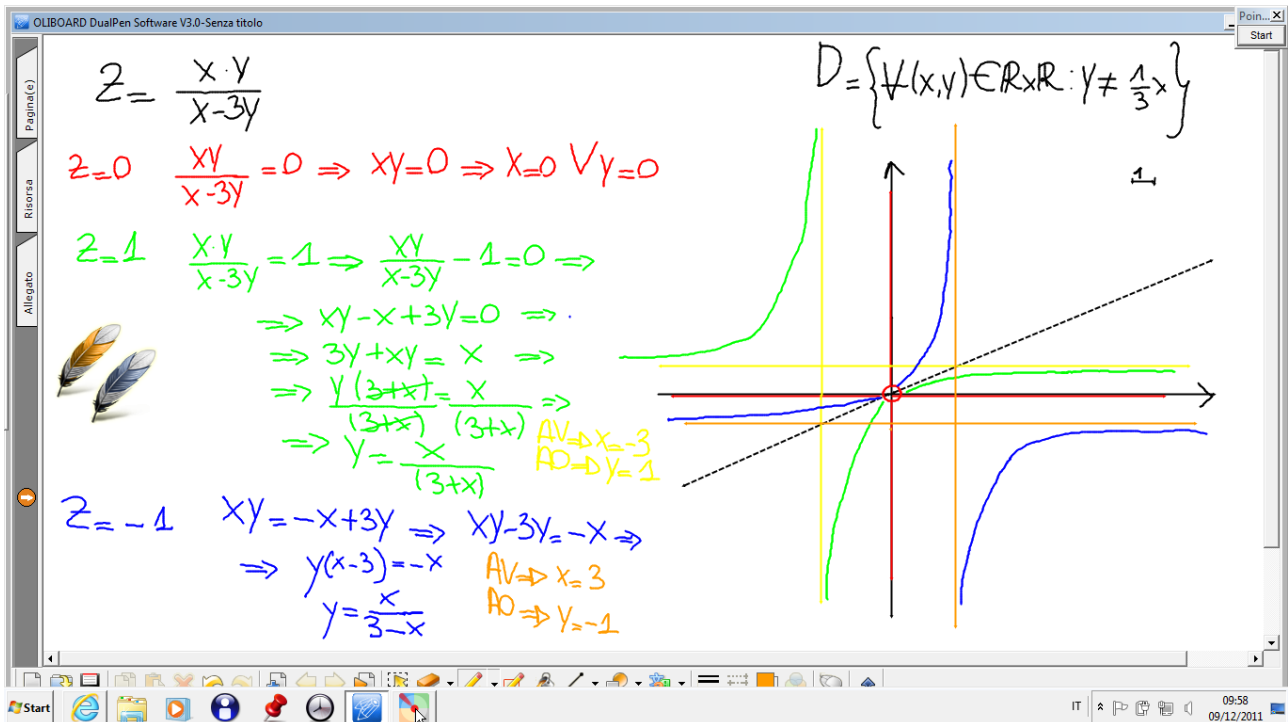


## Esercizio sulle linee di livello

Determinare e rappresentare alcune linee di livello della funzione:  $z = \frac{xy}{x-3y}$



La linea di livello generica è:  $\frac{xy}{x-3y} = k$  quindi, per  $k \neq 0$ :  $xy = kx - 3ky$  cioè:  $y = \frac{kx}{x+3k}$

Gli asintoti di tale funzione sono:  $y = k$  (asintoto orizzontale) e  $x = -\frac{1}{3k}$  (asintoto verticale)

La discontinuità eliminabile (0;0) già evidenziata per le linee di livello ottenute ponendo  $z=0$ ,  $z=1$ ,  $z=-1$ , si

determina intersecando la linea di livello generica con la retta esclusa dal dominio:  $\begin{cases} y = \frac{kx}{x+3k} \\ y = \frac{1}{3}x \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{kx}{x+3k} \\ y = \frac{1}{3}x \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x^2 + 3kx - 3kx}{3(x+3k)} = 0 \\ y = \frac{1}{3}x \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x^2}{3(x+3k)} = 0 \\ y = \frac{1}{3}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 0 \\ y = \frac{1}{3}x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Riassumendo: le linee di livello, ottenute ponendo  $z=k$ , esistono per ogni valore di  $k$ :

per  $k = 0$  la linea di livello corrisponde ai due assi cartesiani con D.E. (0;0)

per ogni  $k \neq 0$  la linea di livello è una funzione omografica, cioè un'iperbole con asintoti paralleli agli assi cartesiani, quindi con equazione del tipo  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ . Tutte le linee di livello hanno D.E. (0;0)