$$z = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 3y^2x + 4y^2 - 4x \qquad D = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$$

$$\begin{cases} z'_x = 0 \\ z'_y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x^2 - 2x - 3y^2 - 4 = 0 \\ -6yx + 8y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \text{idem} \\ 2y(-3x+4) = 0 \end{cases} \begin{matrix} y = 0 \\ x = 4/3 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 2x^2 - 2x - 4 = 0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ 2\cdot\frac{16}{9} - 2\cdot\frac{4}{3} - 3y^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x^2 - x - 2 = 0 \quad (x-2)(x+1) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -4/3 \\ \frac{32}{9} - \frac{8}{3} - 4 = +3y^2 \end{cases} \Rightarrow y^2 < 0 \text{ IMP}$$

$(2;0)$ $(-1;0)$

da questo sistema non si ricava alcun punto stazionario

QUINDI I PUNTI STAZIONARI SONO: $A(-1;0)$ $B(2;0)$

Per classificare tali punti stazionari calcolo le derivate seconde

$$z'_x = 2x^2 - 2x - 3y^2 - 4 \quad \begin{matrix} z''_{xx} = 4x - 2 \\ z''_{xy} = -6y \end{matrix}$$

$$z'_y = -6xy + 8y \quad \begin{matrix} z''_{yx} = -6y \\ z''_{yy} = -6x + 8 \end{matrix}$$

le derivate seconde miste sono uguali (per il teorema di Schwarz

$$H = \begin{vmatrix} z''_{xx} & z''_{xy} \\ z''_{yx} & z''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4x-2 & -6y \\ -6y & -6x+8 \end{vmatrix} = (4x-2)(-6x+8) - (-6y)^2$$

Dobbiamo determinare il segno dell'hessiano H dei punti stazionari $A(-1;0)$ e $B(2;0)$

$H(A) = (-4-2)(6+8) < 0 \Rightarrow$ A è una sella (in senso generico) cioè non è né MAX né minimo

$H(B) = (8-2)(-12+8) < 0 \Rightarrow$ B non è né max né min.

CONCLUSIONE

la funzione data ha due punti stazionari

NON HA PUNTI ESTREMANTI