

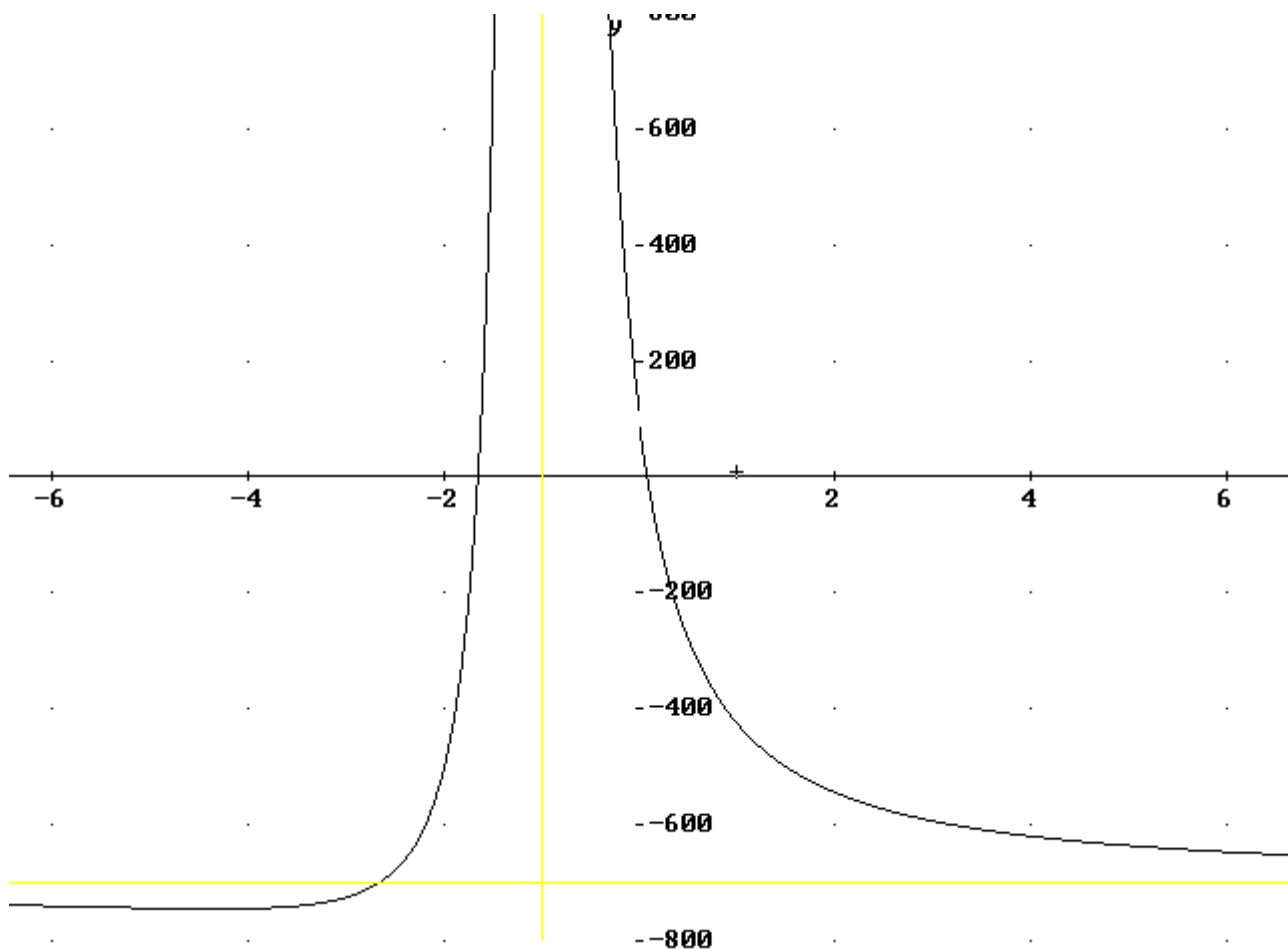
**Esempi di domande tipo terza prova (tipologia B)
su problemi di scelta con effetti differiti**

- 1) Per estinguere un debito di 5000 euro si può scegliere tra le seguenti alternative:
 - a) pagare 2500 euro tra due anni e 3100 tra quattro anni
 - b) pagare otto rate semestrali di 700 euro, di cui la prima esattamente tra un annoQual è l'alternativa più conveniente?
- 2) Dopo aver determinato l'espressione analitica della funzione utile, rispetto al tasso, in un'operazione finanziaria, che prevede il ricavo di 300 euro tra un anno e di 500 tra due anni, a fronte di una spesa odierna di 700 euro, determina il dominio, gli asintoti e le intersezioni con gli assi della curva associata, spiegando il significato economico di queste ultime.
- 3) Dovendo investire del denaro, quale dei seguenti tassi conviene scegliere? Ordinali dal più conveniente al meno conveniente:
 - a) 3% nominale annuo convertibile mensilmente
 - b) 3% effettivo annuo
 - c) 1% quadrimestrale
 - d) 0,248 % mensile

Risposte

- 1) Per valutare l'alternativa più conveniente (se non è esplicitamente detto che va applicato il criterio del valore attuale con un tasso specifico) bisogna applicare il tasso effettivo di rendimento delle due operazioni:
 - a) $5000 = 2500(1+i)^{-2} + 3100(1+i)^{-4}$
ponendo $(1+i)^{-2} = x$ si ottiene $31x^2 + 25x - 50 = 0$ che ha come soluzione positiva $x = \sim 0,92925$ (quella negativa non è accettabile dal punto di vista economico)
quindi si ottiene $(1+i)^{-2} = 0,92925 \Rightarrow 1+i = 0,92925^{-0,5} = 1,03737$
ciò significa che il tasso effettivo di rendimento della prima operazione è 3,737% annuo
 - b) $5000 = 700 \frac{1 - (1+i)^{-8}}{i} (1+i)^{-1}$
Interpolando tra i tassi 0,02 e 0,03 si ottiene il tasso di 0,02106 semestrale, corrispondente al 4,257 % annuo
Poiché l'operazione è relativa all'estinzione di un debito, conviene scegliere il tasso più basso, cioè quello della prima alternativa.
- 2) La funzione utile va espressa rispetto al tasso, quindi la variabile indipendente x deve essere il tasso. La variabile dipendente y è il guadagno. Si ottiene:
 $y = 300(1+x)^{-1} + 500(1+x)^{-2} - 700$ da cui:
 $y = \frac{300(1+x) + 500 - 700(1+x)^2}{(1+x)^2}$ quindi: $y = \frac{-700x^2 - 1100x + 100}{(1+x)^2}$

L'andamento della curva associata è il seguente (non è però richiesto dalla domanda):



il campo di esistenza è $C.E. = \{ \forall x \in \mathbb{R} : x \neq -1 \}$

dal punto di vista economico il dominio è $D = \{ \forall x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \}$

gli asintoti sono $x = -1$ e $y = -700$

le intersezioni con gli assi $(0;100)$ $(\sim 0,08618254 ; 0)$ $(\sim -1,657611 ; 0)$

di queste:

- l'ultima non ha alcun significato economico, essendo x , cioè il tasso, minore di zero;
- la prima indica che, se si valuta l'operazione con tasso di attualizzazione uguale a zero, il guadagno è di 100 lire
- la seconda indica che il guadagno è nullo per un tasso di attualizzazione pari a 8,618%, cioè che tale tasso è il tasso effettivo di rendimento di questa operazione finanziaria.

- 3) a) il tasso del 3% nominale annuo convertibile mensilmente corrisponde allo 0,25% mensile e quindi (calcolando $(1,0025)^{12} = 1,030416$) al 3,0416% annuale
- b) 3% effettivo annuo
- c) 1% effettivo quadrimestrale (calcolando $(1,01)^3 = 1,030301$) corrisponde al 3,0301% annuo
- d) 0,248% effettivo mensile (calcolando $(1,00248)^{12} = 1,030169$) corrisponde al 3,0169% annuo

Poiché si tratta di un investimento, il tasso più conveniente è quello più alto, cioè a) seguito ordinatamente da c) d) b).