$$z = 1 - x^2 - y^2$$

vincolo $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 0 \le x \le 2 \end{cases}$

metodo algebrico

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 3 \\ 0 \le x \le 2 \end{cases}$$

sostituiamo il vincolo nella funzione

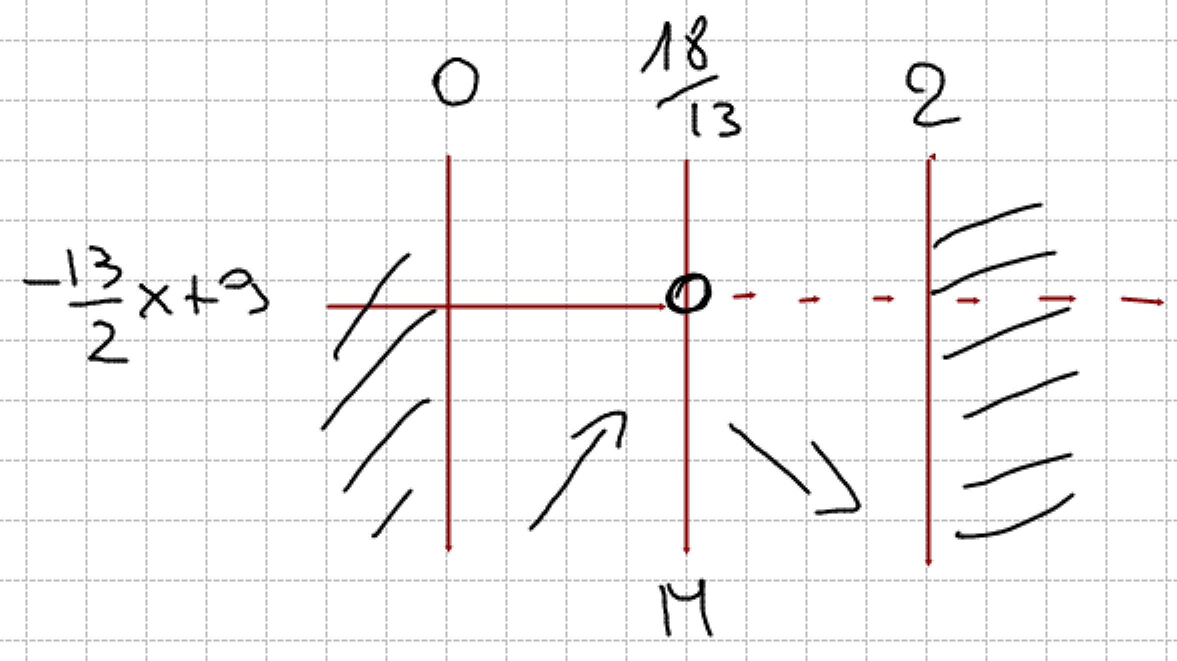
$$z = 1 - x^2 - \left(\frac{9}{4}x^2 + 9 - 9x\right) \quad \text{con} \quad 0 \le x \le 2$$

$$z = 1 - x^2 - \frac{9}{4}x^2 - 9 + 9x$$

$$z = -\frac{13}{4}x^2 + 9x - 8$$

ORA LA FUNZIONE che è diventata di una SOLA VARIABILE va derivata

$$z' = -\frac{13}{2}x + 9$$



$$M \begin{cases} x = \frac{18}{13} \\ y = -\frac{3}{2} \cdot \frac{18}{13} + 3 = \frac{12}{13} \end{cases} \Rightarrow z = 1 - \left(\frac{18}{13}\right)^2 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = -\frac{23}{13}$$

Per determinare il minimo vanno confrontate le z assunte per $x=0$ e $x=2$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{3}{2}x + 3 = 3 \\ z = 1 - 0 - 9 = -8 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 3 = 0 \\ z = 1 - 4 - 0 = -3 \end{cases}$$

"vince" $-8$ che è il minore fra i 2 valori di z

Quindi il minimo assoluto è $z = -8$ su $(0; 3)$

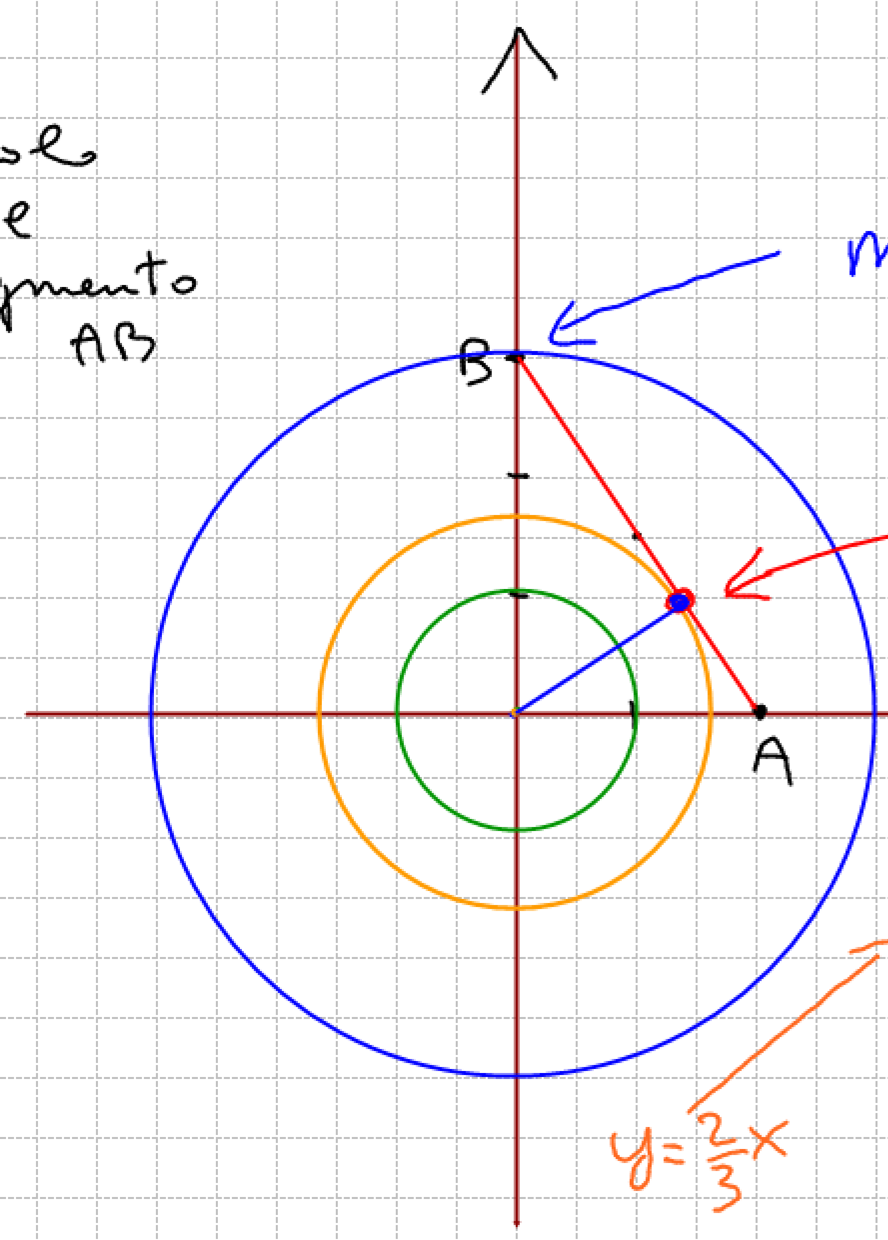
il massimo assoluto è $z = \frac{-23}{13}$ su $\left(\frac{18}{13}; \frac{12}{13}\right)$

$$z = 1 - x^2 - y^2 \qquad \text{vincolo} \begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 0 \le x \le 2 \end{cases}$$

# Metodo geometrico

Disegniamo il vincolo

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$ è il segmento AB




minimo assoluto

MASSIMO ASSOLUTO

la tangente ad una circonf. in un suo punto è sempre PERPENDICOLARE al raggio che passa per quel punto

$y = \frac{2}{3}x$

per $k > 1$ non esistono linee di livello

Ora determiniamo le linee di livello

$z = k$

$1 - x^2 - y^2 = k$

LINEE DI LIVELLO $x^2 + y^2 = 1 - k$

$k = 0 \qquad x^2 + y^2 = 1$

circonferenza con centro $(0;0)$ e raggio $= 1$

Le circonferenze $x^2 + y^2 = 1 - k$ hanno tutte centro nell'origine e il raggio DECRESCE al crescere di $k$ $\qquad r = \sqrt{1-k}$

Quindi, al crescere di $k$, la prima circonferenza che incontra il vincolo è quella che passa per $B(0;3)$ l'ultima è quella tangente

$z = 1 - 0 - 9 = -8$

per trovare il punto di tangenza risolvo il sistema:

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 3 \\ y = \frac{2}{3}x \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{3}x = -\frac{3}{2}x + 3 \\ y = \frac{2}{3}x \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{13}{6}x = 3 \\ y = \frac{2}{3}x \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{18}{13} \\ y = \frac{12}{13} \end{cases}$$

$$z = 1 - x^2 - y^2 \quad z = 1 - \frac{324}{169} - \frac{144}{169} \quad z = -\frac{23}{13}$$

Abbiamo quindi trovato MAX $\left(\frac{18}{13}; \frac{12}{13}\right)$ $z = -\frac{23}{13}$

min $(0;3)$ $z = -8$

cioè gli stessi risultati trovati con il metodo algebrico