28) Determina il massimo della funzione utilità z=(x+3)(y+1) di un consumatore di due beni x e y, sapendo che il vincolo del bilancio è 5x+4y=21.

$z=(x+3)(y+1)$ vincolo: $5x+4y=21$

$4y=-5x+21 \rightarrow y=-\frac{5}{4}x+\frac{21}{4}$

$x\geq 0$

$y\geq 0 \rightarrow -\frac{5}{4}x+\frac{21}{4}\geq 0$

$-\frac{5}{4}x\geq -\frac{21}{4} \rightarrow \boxed{x\leq \frac{21}{5}}$

$z=(x+3)\left(-\frac{5}{4}x+\frac{21}{4}+1\right)$

$z=(x+3)\left(-\frac{5}{4}x+\frac{25}{4}\right)$

$z=-\frac{5}{4}x^2+\frac{25}{4}x-\frac{15}{4}x+\frac{75}{4} \rightarrow \boxed{z=-\frac{5}{4}x^2+\frac{10}{4}x+\frac{75}{4}}$

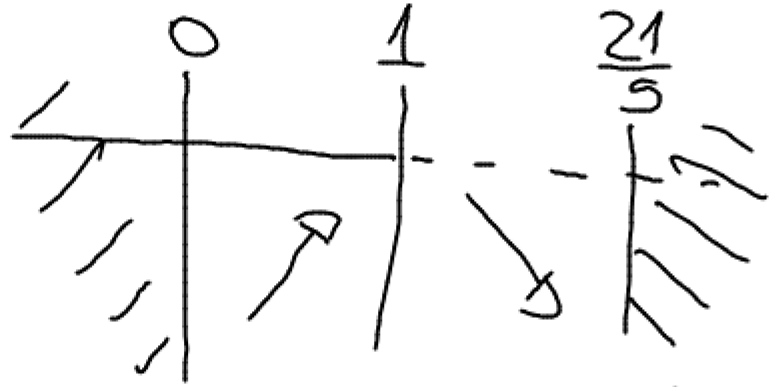
$0\leq x\leq \frac{21}{5}$

$z'=-\frac{5}{2}x+\frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{4}_{2}}$

$z'=0 \rightarrow -\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}=0 \rightarrow -\frac{5}{2}x=-\frac{5}{2} \rightarrow x=1$

per trovare y sostituisco x = 1 nel vincolo $y=-\frac{5}{4}x+\frac{21}{4}$

$-\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}$



$M=(1;4)$ $z=20$

Le funzione utilità del consumatore raggiunge il massimo di 20 unità convenzionali per una quantità del primo bene e 4 del secondo

29) Determina i punti estremanti assoluti della funzione $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ soggetta al vincolo x+y=3

$z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ vincolo: $x+y=3$ $\quad D = \{\forall (x;y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : x \neq 0 \wedge y \neq 0\}$

$y = -x+3$

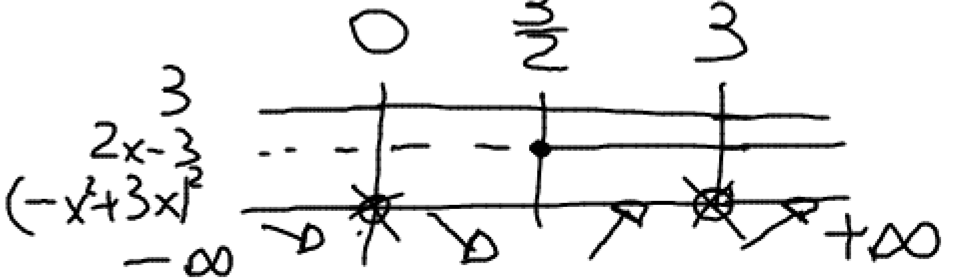
$z = \frac{1}{x} + \frac{1}{-x+3} \rightarrow z = \frac{-x+3+x}{x(-x+3)} \rightarrow z = \frac{3}{x(-x+3)} \rightarrow z = \frac{3}{-x^2+3x}$

$z' = \frac{0-3(-2x+3)}{(-x^2+3x)^2} \rightarrow z' = \frac{+6x-9}{(-x^2+3x)^2} \rightarrow z' = \frac{3(2x-3)}{(-x^2+3x)^2}$

$-x^2+3x=0$

$-x(x-3)=0 \rightarrow x=+3 \quad x=0$

$2x-3=0 \rightarrow 2x=3 \rightarrow x=\frac{3}{2}$



$m\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right) \quad z=\frac{4}{3}$

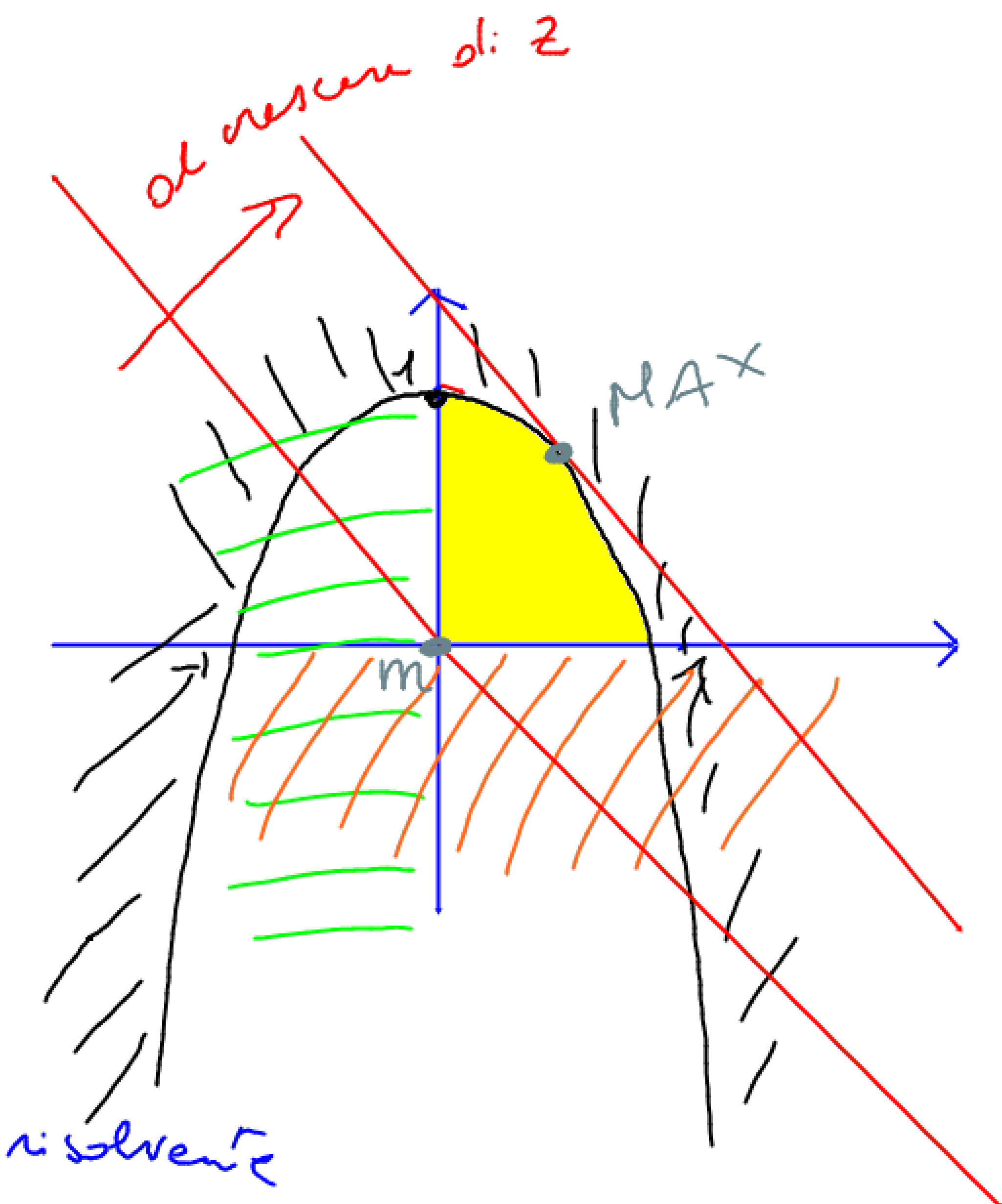
$M=+\infty$

$x \rightarrow -\infty \quad y \rightarrow +\infty$

$x \rightarrow +\infty \quad y \rightarrow -\infty$

30) Determina il massimo assoluto e il minimo assoluto della funzione z=x+y soggetta al vincolo

$$\begin{cases} x^2 + y \le 1 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$$



$z = x + y$ vincolo: $\begin{cases} x^2 + y \le 1 \rightarrow y \le 1 - x^2 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$

Linee di livello

$z = k$

$k = x + y \rightarrow y = +k - x$

$m = (0;0)$ $z = 0$

PER DETERMINARE il MASSIMO DETERMINIAMO le linee di livello TANGENTE

$\begin{cases} y = +k - x \\ y = 1 - x^2 \end{cases} \rightarrow k - x = 1 - x^2 \rightarrow \underbrace{x^2 - x + k - 1 = 0}_{\text{equaz. risolvente}}$

$a = 1$ $b = -1$ $c = k - 1$

$\Delta \rightarrow 1 - 4(1)(k-1) \rightarrow 1 - 4k + 4 \rightarrow -4k + 5$

$\Delta = 0 \rightarrow -4k + 5 = 0 \rightarrow k = \frac{5}{4}$ sostituiamo k

$x^2 - x + \frac{5}{4} - 1 = 0 \rightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = 0 \rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

$y = 1 - \frac{1}{4} \rightarrow y = \frac{3}{4}$

abbiamo sostituito a $y = 1 - x^2$

$M = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ $z = \frac{5}{4}$