

Determina, rappresenta sul piano cartesiano e descrivi brevemente i domini delle seguenti funzioni:

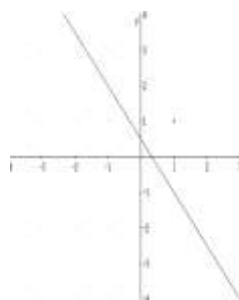
$$1) \quad z = \frac{3x^2 - 2}{3x^2 - 3y^2}$$

RIS 1)  $D = \{\forall(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : (y \neq x) \wedge (y \neq -x)\}$  quindi il dominio è dato da tutti i punti del piano cartesiano  $xy$  con esclusione delle due bisettrici degli assi cartesiani

$$2) \quad z = \frac{2x + 5}{3x + 2y - 1}$$

RIS 2)  $D = \left\{ \forall(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : y \neq -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \right\}$  quindi il dominio è dato da tutti i punti

del piano cartesiano  $xy$  con esclusione della retta di equazione  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$



$$3) \quad z = \frac{3x^2 - 2y^2}{3x^2}$$

RIS 3)  $D = \{\forall(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \neq 0\}$  quindi il dominio è dato da tutti i punti del piano cartesiano  $xy$  con esclusione dell'asse  $y$

$$4) \quad z = \frac{3x^2 - 2y^2}{3x^2 + 5y^2}$$

RIS 4)  $D = \{\forall(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : (x; y) \neq (0; 0)\}$  quindi il dominio è dato da tutti i punti del piano cartesiano  $xy$  con esclusione dell'origine

$$5) \quad z = \frac{3x^2 - 2y^2}{3 - x^2 - y^2}$$

RIS 5)  $D = \{\forall(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 \neq 3\}$  quindi il dominio è dato da tutti i punti del piano cartesiano  $xy$  con esclusione dei punti appartenenti alla circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 = 3$  con centro nell'origine e raggio  $\sqrt{3}$

$$6) \quad z = \frac{3x^2 - 2y^2}{4 - x^2 - 2y}$$

RIS 6)  $D = \left\{ \forall(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : y \neq -\frac{1}{2}x^2 + 2 \right\}$  quindi il dominio è dato da tutti i punti del piano cartesiano  $xy$  con

esclusione dei punti appartenenti alla parabola di equazione  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$  con vertice nel punto  $(0; 2)$  e passante per i punti  $(-2; 0)$  e  $(2; 0)$

$$7) \quad z = \frac{3x^2 - 2y^2}{4 - x^2}$$

RIS 7)  $D = \{\forall(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \neq -2 \wedge x \neq 2\}$  quindi il dominio è dato da tutti i punti del piano cartesiano  $xy$  con esclusione di tutti i punti appartenenti alle rette di equazione  $x = -2$  e  $x = 2$

Dopo averne determinato il dominio, determina, rappresenta sul piano cartesiano e descrivi brevemente alcune linee di livello delle seguenti funzioni:

$$8) \quad z = 3x - 2y + 1$$

Il dominio è tutto il piano cartesiano  $xy$

Determiniamo alcune linee di livello:

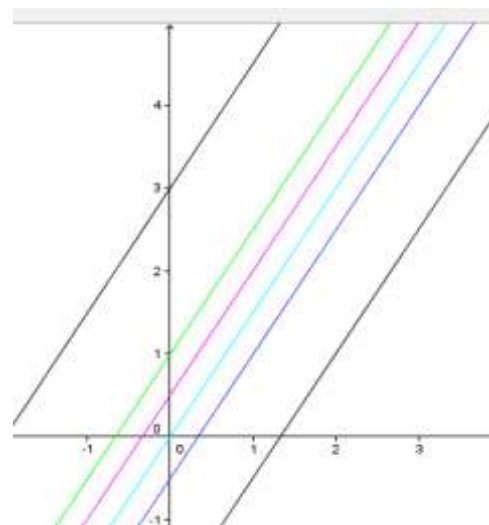
$$z = 1 \Rightarrow 1 = 3x - 2y + 1 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x \quad (\text{retta azzurra})$$

$$z = 0 \Rightarrow 0 = 3x - 2y + 1 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \quad (\text{retta fucsia})$$

$$z = -1 \Rightarrow -1 = 3x - 2y + 1 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 1 \quad (\text{retta verde})$$

Le linee di livello sono rette tutte parallele fra di loro con coefficiente angolare  $3/2$

La superficie di equazione  $z = 3x - 2y + 1$  è quindi un piano  
Inclinato in modo crescente in direzione  $x$  e decrescente in direzione  $y$



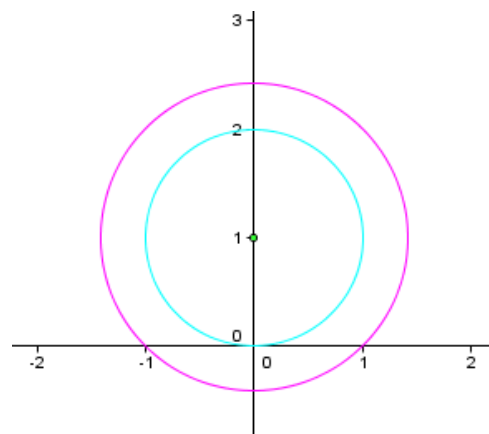
$$9) \quad z = x^2 + y^2 - 2y$$

Determiniamo alcune linee di livello:

$$z = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2y = 0 \quad \text{circonferenza (azzurra)} \\ \text{con centro } C(0;1) \text{ e raggio } 1$$

$$z = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0 \quad \text{circonferenza (fucsia)} \\ \text{con centro } C(0;1) \text{ e raggio } \sqrt{2}$$

$$z = -1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0 \quad \text{la circonferenza (verde)} \\ \text{con centro } C(0;1) \text{ e raggio } 0 \\ \text{si riduce al punto } (0;1)$$



Se  $z < -1$  non esistono linee di livello perché le relative circonferenze avrebbero raggio negativo quindi non esistono