1) Per la produzione di una merce un'impresa sostiene un costo per ogni unità prodotta di 180 euro, una spesa per la manutenzione degli impianti pari al 3% del quadrato del numero di unità prodotte e un costo fisso mensile di 10800 euro. L'impresa non può produrre più di 1000 unità al mese. La domanda della merce prodotta è espressa dalla relazione x = 2400 –4 p.
Qual è il massimo utile mensile?

$x =$ n° di unità prod. $x \in \mathbb{N}$

1) COSTO:

$y = 0{,}03x^2 + 180x + 10800$ $0 < x \leq 1000$

RICAVO:

PREZZO:

$$\frac{4p}{4} = \frac{-x}{4} + \frac{2400}{4} \Rightarrow p = -0{,}25x + 600$$

$$y = -0{,}25x^2 + 600x$$

UTILE

$$y = -0{,}25x^2 + 600x - 0{,}03x^2 - 180x - 10800$$

$$y = \overset{-157500}{-0{,}28x^2} + 420x - 10800$$

MASSIMO UTILE

$$x = \frac{-420}{-0{,}56} = 750 \qquad (750 ; 146700)$$

il massimo utile si ottiene producendo 750 unità al mese ed è di 146700

2) Per investire il capitale di 5000 euro è possibile scegliere tra le seguenti alternative di ricavo:

A) 6500 euro tra 5 anni e 3 mesi
B) 2600 euro fra 6 mesi e 2600 euro fra 1 anno
C) 500 euro trimestrali posticipate per tre anni

Qual è l'alternativa più conveniente al tasso annuo effettivo del 2%?

5000 € INVESTIMENTO TASSO 2%

A) 6500 € TRA 5 anni e 3 mesi

$V_A = 6500\,(1{,}02)^{-5{,}25}$

$V_A = \boxed{5858{,}18}$

B) 2600 € fra 6 mesi e 2600 € fra 1 anno

$V_A = 2600\,(1{,}02)^{-0{,}5} + 2600\,(1{,}02)^{-1}$

$V_A = 2574{,}38 + 2549{,}02$

$V_A = 5123{,}40$

C) 500 € TRIMESTRALI POSTICIPATE PER 3 ANNI

$V_A = 500\,\dfrac{1-(1{,}0049622931)^{-12}}{0{,}0049622931}$

$V_A = 5810{,}87$

$1+i = (1+i_4)^4$

$(1{,}02)^{\frac{1}{4}} = \left((1+i_4)^4\right)^{\frac{1}{4}}$

$(1{,}02)^{\frac{1}{4}} = 1+i_4$

$i_4 = 0{,}0049622931$

l'alternativa più conveniente è la A in quanto questo è un investimento quindi consideriamo il valore più alto.

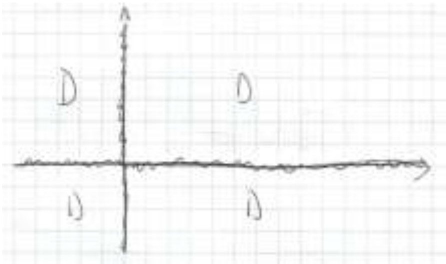
3) Dopo aver definito il concetto di funzione reale di due variabili reali, determina e descrivi brevemente (eventualmente con un grafico) i campi di esistenza delle funzioni:

$$z = \frac{3y - x}{3xy} \qquad z = \frac{4xy}{4 + x^2} \qquad z = \frac{9xy}{9 - x^2} \qquad z = \frac{x + y}{5x^2} \qquad z = \frac{x + y}{y^2 + 3x^2} \qquad z = \frac{2x + y}{y^2 - x^2}$$

Una funzione reale di due variabili reali è una relazione che associa ad ogni coppia ordinata di valori reali (x;y) uno e un solo valore reale z.

Il dominio di $z = \frac{3y - x}{3xy}$ è $D = \{\forall (x; y) \in \Re x \Re : x \neq 0 \wedge y \neq 0\}$

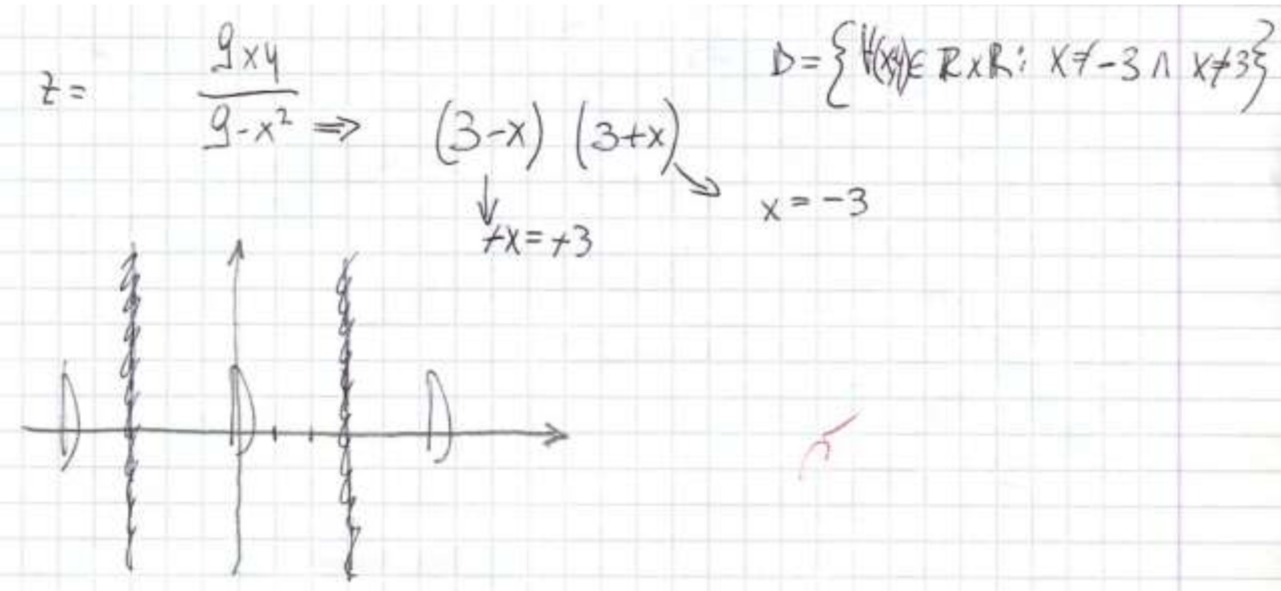
cioè tutti i punti del piano xy esclusi i due assi



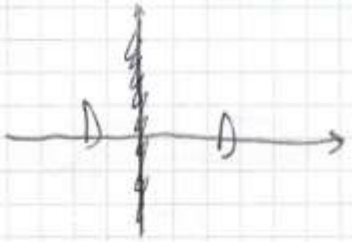
Il dominio di $z = \frac{4xy}{4 + x^2}$ è $D = \{\forall (x; y) \in \Re x \Re\}$ cioè tutti i punti del piano xy

Il dominio di $z = \frac{9xy}{9 - x^2}$ è $D = \{\forall (x; y) \in \Re x \Re : x \neq -3 \wedge x \neq 3\}$

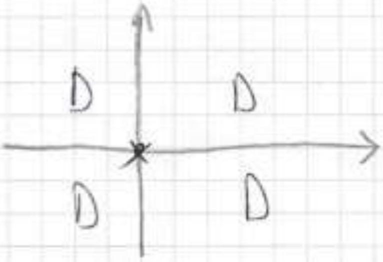
cioè tutti i punti del piano xy escluse le rette x=-3 x=3



$z = \dfrac{x+y}{5x^2}$ $\quad D = \{\forall (x;y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : x \neq 0\}$

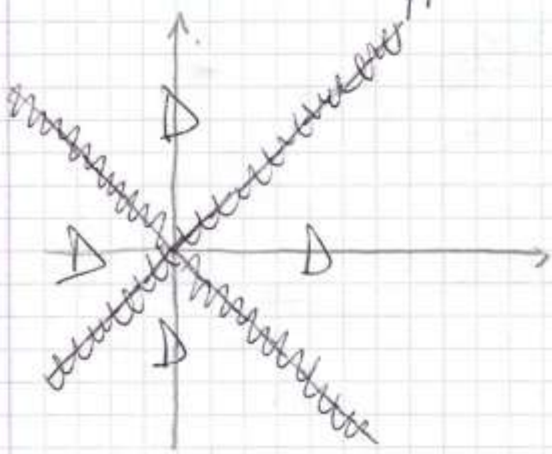


$z = \dfrac{x+y}{y^2+3x^2}$ $\quad D = \{\forall (x;y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : (x;y) \neq (0;0)\}$



$z = \dfrac{2x+y}{y^2-x^2} \Rightarrow (y-x)(y+x)$ $\quad D = \{\forall (x;y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : y \neq x \wedge y \neq -x\}$

$y \neq x \qquad y \neq -x$



4) Determina e rappresenta le linee di livello delle seguenti funzioni, ottenute ponendo $z = 0 \quad z = 2 \quad z = -1$

$$z = 3x + 5y \qquad\qquad z = 6y - x^2 - y^2 \qquad\qquad z = y + 2x^2$$

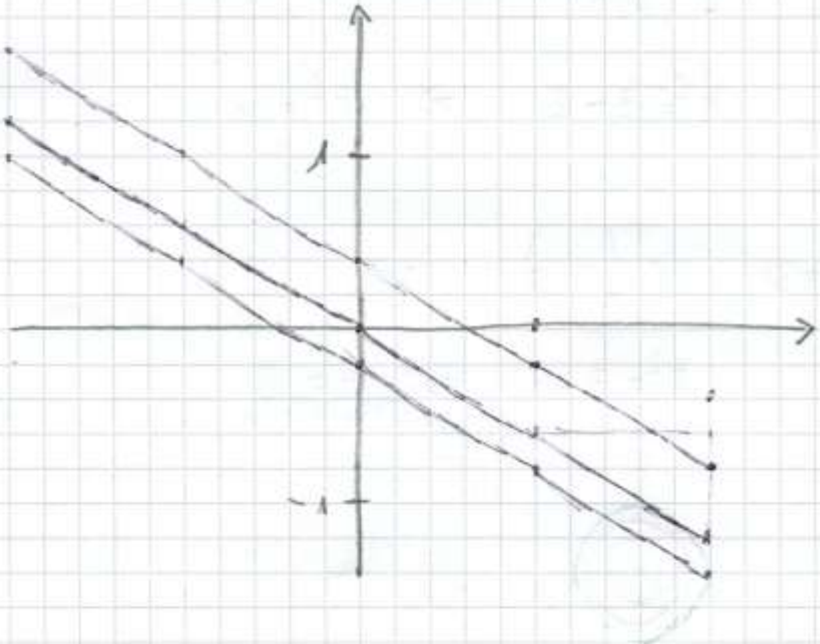
4) $z = 0 \qquad z = 2 \qquad z = -1$

$z = 3x + 5y \qquad D = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$\begin{cases} z = 0 \\ 0 = 3x + 5y \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{\cancel{-5}y}{\cancel{-5}} = \frac{3x}{-5} \qquad y = -\frac{3}{5}x$

$\begin{cases} z = 2 \\ 2 = 3x + 5y \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{\cancel{-5}y}{\cancel{-5}} = \frac{3x}{-5} + \frac{2}{-5} \quad \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x + \frac{2}{5}$

$\begin{cases} z = -1 \\ -1 = 3x + 5y \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{\cancel{-5}y}{\cancel{-5}} = \frac{3x}{-5} + \frac{1}{-5} \quad \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x - \frac{1}{5}$



$z=0 \quad z=2 \quad z=-1$

$z = 6y - x^2 - y^2$ $\qquad D = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\begin{cases} z=0 \\ x^2+y^2-\overset{\nearrow -2\beta}{6y}=0 \end{cases}$$

$C\,(0;3)$

$r^2 = \alpha^2+\beta^2-c$

$r^2 = 0+9$

$r=\sqrt{9}=3$

$$\begin{cases} z=2 \\ x^2+y^2-6y+2=0 \end{cases}$$

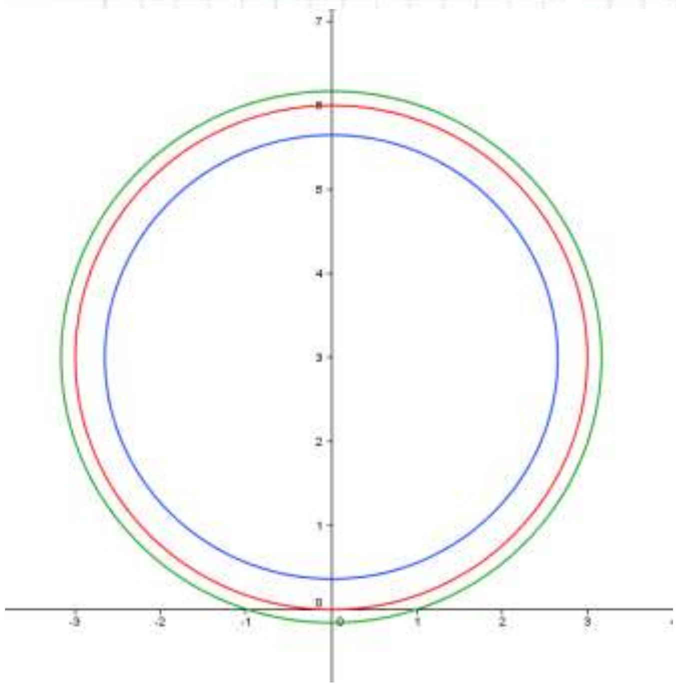
$C\,(0;3)$

$r^2 = 9-2 \Rightarrow r=\sqrt{7}$

$$\begin{cases} z=-1 \\ x^2+y^2-6y-1=0 \end{cases}$$

$C\,(0;3)$

$r^2 = 9+1 \Rightarrow r=\sqrt{10}$



$z = 0 \quad z = 2 \quad z = -1$

$z = y + 2x^2 \qquad D = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\begin{cases} z = 0 \\ 0 = y + 2x^2 \Rightarrow -y = +2x^2 \Rightarrow y = -2x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 2 \\ 2 = y + 2x^2 \Rightarrow -y = 2x^2 - 2 \Rightarrow y = -2x^2 + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = -1 \\ -1 = y + 2x^2 \Rightarrow -y = 2x^2 + 1 \Rightarrow y = -2x^2 - 1 \end{cases}$$