

1) Determina il dominio, il segno, le intersezioni con gli assi, gli asintoti, i massimi e i minimi della seguente funzione e tracciane il grafico: (non è richiesto lo studio della derivata seconda)

$$y = \frac{2-10x}{3x+x^2}$$

RISULTATI

$$D = ]-\infty; -3[ \cup ]-3; 0[ \cup ]0; +\infty[$$

$$y > 0 \quad \text{per} \quad x < -3 \vee 0 < x < \frac{1}{5}$$

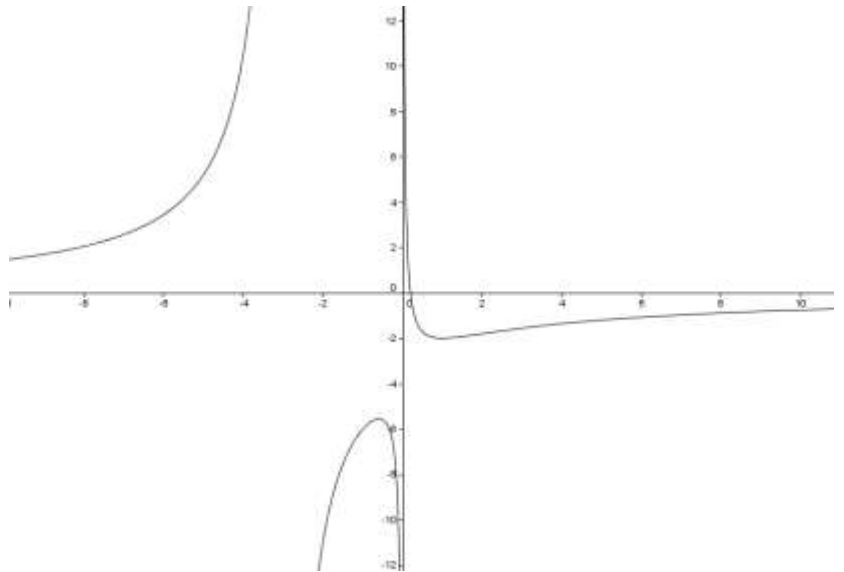
$$\text{Intersezioni con gli assi: } \left(\frac{1}{5}; 0\right)$$

$$\text{Asintoti verticali: } x = -3 \quad x = 0$$

$$\text{asintoto orizzontale: } y = 0$$

$$\text{Derivata } y' = \frac{10x^2 - 4x - 6}{(3x + x^2)^2}$$

$$\text{Massimo} \left(-\frac{3}{5}; -\frac{50}{9}\right) \quad \text{minimo} (-1; 2)$$



2) Per la produzione di un bene, la cui domanda è espressa dalla funzione  $x = -200p + 28.000$

un'impresa sostiene:

- una spesa fissa annua di € 15.000;
- un costo per materie prime di € 40 per ogni unità prodotta;

una spesa per la lavorazione pari a 1,5 % del quadrato del numero delle unità prodotte.

Sapendo che il vincolo di produzione è di 1200 unità all'anno, calcola il costo unitario minimo, il massimo utile e i limiti di produzione affinché l'impresa non sia in perdita. Se il vincolo di produzione fosse 900 unità all'anno cambierebbero i risultati? Se sì, quali e come?

RISULTATI

Ponendo  $x$  = unità da produrre in un anno con il vincolo  $0 < x \leq 1200$

Il costo unitario è  $CU(x) = \frac{15000 + 40x + 0,015x^2}{x}$ . Studiandone la derivata si deduce che il minimo costo unitario, di 70 euro, si ottiene producendo 1000 unità all'anno.

Dalla funzione domanda  $x = -200p + 28.000$  si ricava il prezzo  $p = -0,005x + 140$  e quindi il ricavo

$$R(x) = -0,005x^2 + 140x \quad \text{dal quale, sottraendo il costo totale } C(x) = 0,015x^2 + 40x + 15000$$

si ottiene l'utile  $U(x) = -0,02x^2 + 100x - 15000$  (funzione che ha massimo per  $x=2500$  e interseca l'asse  $x$  nei punti di ascissa 155 e 4845)

quindi, tenendo conto del vincolo, il massimo utile, di 76200 euro, si ottiene producendo 1200 unità all'anno e per non essere in perdita l'impresa dovrà produrre almeno 155 unità all'anno fino al limite di 1200.

Se il vincolo fosse di 900 unità il minimo costo unitario sarebbe 70,17 euro per 900 unità prodotte, il massimo utile sarebbe 58800 euro per 900 unità prodotte all'anno.