

## SIMBOLI DI COMMUTAZIONE

Primo simbolo di commutazione

$$D_x = l_x (1+i)^{-x}$$

Si utilizza nelle assicurazioni di capitale differito, infatti:

ad esempio, il premio unico puro (P.U.P) che deve pagare una persona di 19 anni per assicurarsi il capitale C al compimento dei 70 anni è:

$$P.U.P. = C(1+i)^{-51} \frac{l_{70}}{l_{19}} \Rightarrow P.U.P. = C \frac{(1+i)^{-70} l_{70}}{(1+i)^{-19} l_{19}} = C \frac{D_{70}}{D_{19}}$$

Il tasso tecnico delle tavole è  $i=0,04$

Consultando le tavole, si può verificare che  $D_{70} = l_{70} (1,04)^{-70}$   
 $D_{19} = l_{19} (1,04)^{-19}$  e in generale:  $D_x = l_x (1,04)^{-x}$

Quindi il premio unico puro che deve pagare una persona di età x per assicurarsi un capitale C fra n anni è

$$P.U.P. = C(1+i)^{-n} \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad \text{cioè}$$

$$P.U.P. = C \frac{(1+i)^{-x-n} l_{x+n}}{(1+i)^{-x} l_x}$$

Che corrisponde a

$$P.U.P. = C \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

Secondo simbolo di commutazione:

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{\omega}$$

Si utilizza nelle **rendite vitalizie**, infatti una rendita vitalizia si può considerare come somma di capitali differiti.

In generale, se una persona di età  $x$  vuole assicurarsi una rendita vitalizia annuale di rata  $R$  **all'inizio di ogni anno** a partire dall'età  $x+p$  per tutta la vita, pagherà:

$$P.U.P. = R \frac{N_{x+p}}{D_x}$$

Se le rate vengono rimosse **alla fine di ogni anno**, pagherà:

$$P.U.P. = R \frac{N_{x+p+1}}{D_x}$$

Se la rendita è temporanea cioè **dura per un certo numero di anni  $n$**  e non per tutta la vita, si utilizza la differenza tra due rendite vitalizie:

$$P.U.P. = R \frac{N_{x+p} - N_{x+p+n}}{D_x}$$

Esempio:

Se una persona di 55 anni vuole assicurarsi una rendita di 1000 euro all'inizio di ogni anno dal compimento degli 80 anni per 10 anni, una rendita di 2000 euro dal compimento dei 90 per 10 anni e una rendita di 3000 euro dal compimento dei 100 anni in poi (sempre all'inizio di ogni anno) dovrà pagare un premio unico puro pari a:

$$P.U.P. = 1000 \frac{N_{80} - N_{90}}{D_{55}} + 2000 \frac{N_{90} - N_{100}}{D_{55}} + 3000 \frac{N_{100}}{D_{55}}$$

### Terzo simbolo di commutazione

$$C_x = d_x (1+i)^{-x-1}$$

Si utilizza nelle assicurazioni elementari di morte  
(in cui l'assicurazione copre un solo anno)

ad esempio, il premio unico puro (P.U.P) che deve pagare una persona di 42 anni per assicurare agli eredi il capitale C nel caso in cui muoia a 50 anni è:

$$P.U.P. = C(1+i)^{-9} \frac{d_{50}}{l_{42}} \Rightarrow P.U.P. = C \frac{(1+i)^{-51} d_{50}}{(1+i)^{-42} l_{42}} = C \frac{C_{50}}{D_{42}}$$

In generale il P.U.P per stipulare un'assicurazione che garantisca agli eredi un capitale C nel caso in cui l'assicurato di età x muoia esattamente all'età x+n è:

$$P.U.P. = C \frac{C_{x+n}}{D_x} \quad \text{se il capitale viene riscosso alla fine dell'anno } x+n$$

$$P.U.P. = C \frac{C_{x+n}}{D_x} (1+i)^{\frac{1}{2}} \quad \text{se il capitale viene riscosso al momento della morte dell'assicurato}$$

### Quarto simbolo di commutazione

$$M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots + C_{\omega}$$

Si utilizza per tutte le assicurazioni di morte che coprono più anni