

Per saldare un debito di 10000 contratto oggi, ci propongono di pagare 2000 euro fra due anni, 5000 fra 5 anni e il rimanente iniziando a pagare fra 6 anni rate annuali posticipate di almeno 1000 euro al tasso del 4% effettivo annuale.
 Quante rate dobbiamo pagare? E qual è il valore esatto della rata da pagare?

Risoluzione:

L'equazione risolvente è:

$$10000 = 2000(1,04)^{-2} + 5000(1,04)^{-5} + R \frac{1-(1,04)^{-n}}{0,04} (1,04)^{-6}$$

da cui:

$$10000 - 1849,1124 - 4109,6355 = R \frac{1-(1,04)^{-n}}{0,04} (1,04)^{-6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4041,2521 = R \frac{1-(1,04)^{-n}}{0,04} \cdot 0,7903145 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5113,4731 = 1000 \frac{1-(1,04)^{-n}}{0,04} \Rightarrow 204,53893 = 1000 \cdot [1-(1,04)^{-n}]$$

$$\Rightarrow 0,20453893 = 1-(1,04)^{-n} \Rightarrow 0,20453893 - 1 = -(1,04)^{-n}$$

$$\Rightarrow (1,04)^{-n} = 0,795461 \Rightarrow -n = \log_{1,04} 0,795461$$

$$\Rightarrow -n = \frac{\log_{10} 0,795461}{\log_{10} 1,04} \Rightarrow -n = -5,8345029 \Rightarrow n = 5,8345029$$

Se considerassi 6 rate, la rata sarebbe inferiore a 1000 euro, quindi, per rispettare quanto stabilito al momento del prestito (rata di almeno 1000 euro) devo considerare 5 rate. Per calcolare il valore esatto della rata, risolvo l'equazione:

$$10000 = 2000(1,04)^{-2} + 5000(1,04)^{-5} + R \frac{1-(1,04)^{-5}}{0,04} (1,04)^{-6}$$

$$10000 - 1849,1124 - 4109,6355 = R \frac{1-(1,04)^{-5}}{0,04} (1,04)^{-6}$$

$$4041,2521 = 3,5183397 \cdot R \quad R = 1148,62$$

Quindi dovremo pagare 5 rate posticipate di 1148,62 euro iniziando tra 6 anni (naturalmente oltre ai 2000 euro fra 2 anni e 5000 fra 5 anni)

Secondo metodo per risolvere il problema (risoluzione di Samuel)

Il debito oggi è di 10000 euro

Tra due anni, dato che pago 2000 euro è: $D_2 = 10000(1,04)^2 - 2000$

Quindi $D_2 = 10816 - 2000$ $D_2 = 8816$

Dopo altri tre anni, cioè fra 5 anni il debito è:

$D_5 = 8816(1,04)^3 - 5000$ $D_5 = 9916,801 - 5000$ $D_5 = 4916,801$

Tale debito deve corrispondere al valore all'anno 5 della rendita posticipata con inizio all'anno 6 quindi:

$$4916,801 = R \frac{1 - (1,04)^{-n}}{0,04} (1,04)^{-1} \quad \Rightarrow \quad 4916,801 = R \frac{1 - (1,04)^{-n}}{0,04} 0,9615384 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 204,53892 = 1000 \cdot [1 - (1,04)^{-n}] \quad \Rightarrow \quad 0,20453892 = 1 - (1,04)^{-n} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,20453892 - 1 = -(1,04)^{-n} \quad \Rightarrow \quad (1,04)^{-n} = 0,795461 \quad \Rightarrow \quad -n = \log_{1,04} 0,795461$$

$$\Rightarrow \quad -n = \frac{\log_{10} 0,795461}{\log_{10} 1,04} \quad \Rightarrow \quad -n = -5,8345029 \quad \Rightarrow \quad n = 5,8345029$$

Se considerassi 6 rate, la rata sarebbe inferiore a 1000 euro, quindi, per rispettare quanto stabilito al momento del prestito (rata di almeno 1000 euro) devo considerare 5 rate. Per calcolare il valore esatto della rata, risolvo l'equazione:

$$4916,801 = R \frac{1 - (1,04)^{-5}}{0,04} (1,04)^{-1}$$

$$4916,801 = 4,2805984 \cdot R \quad \Rightarrow \quad R = 1148,62$$

Quindi dovremo pagare 5 rate posticipate di 1148,62 euro iniziando tra 6 anni (naturalmente oltre ai 2000 euro fra 2 anni e 5000 fra 5 anni)