Risolvere l'equazione $x^3-3x^2+1=0$

Studio la funzione associata

$y=x^3-3x^2+1$ $\qquad D=]-\infty;+\infty[$

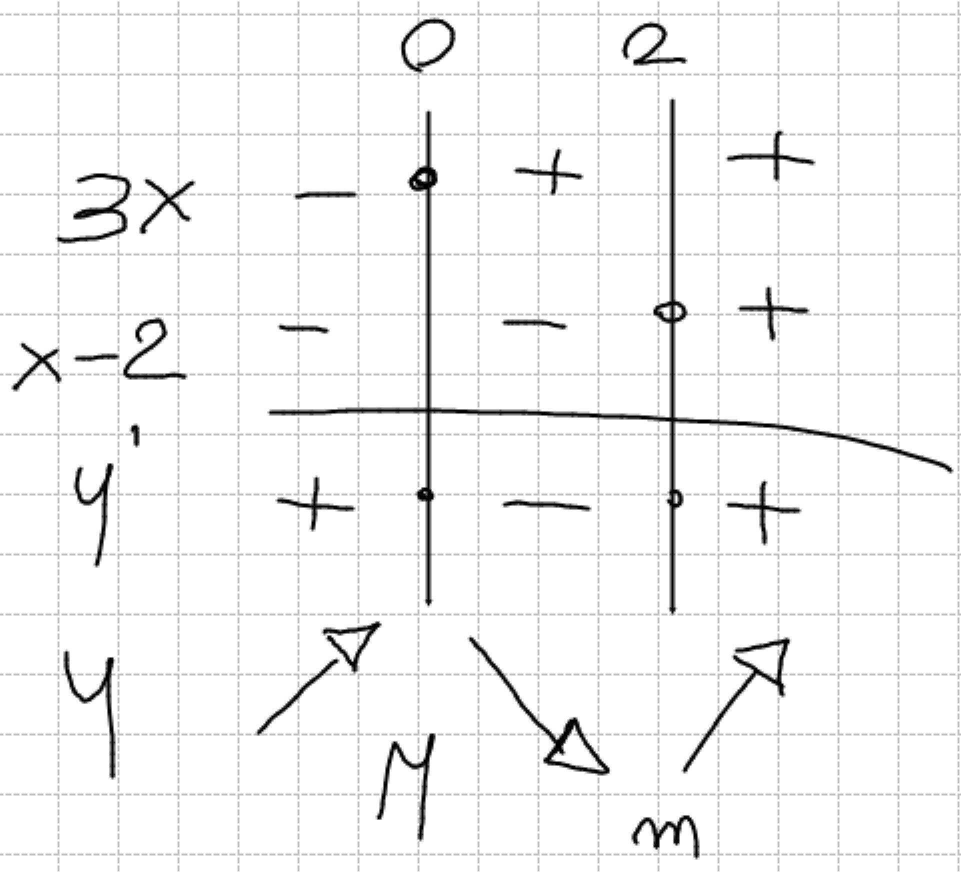
INT ASSE Y
$(0,1)$

INT ASSE X
NON RIUSCIAMO A DETERMINARLE PERCHE' NON RIUSCIAMO A SCOMPORRE.

$y'=3x^2-6x$

$3x(x-2)$

$x=0$
$x=2$



$f(0)=1 \qquad M(0;1)$

$f(2)=8-12+1=-3 \qquad m(2,-3)$

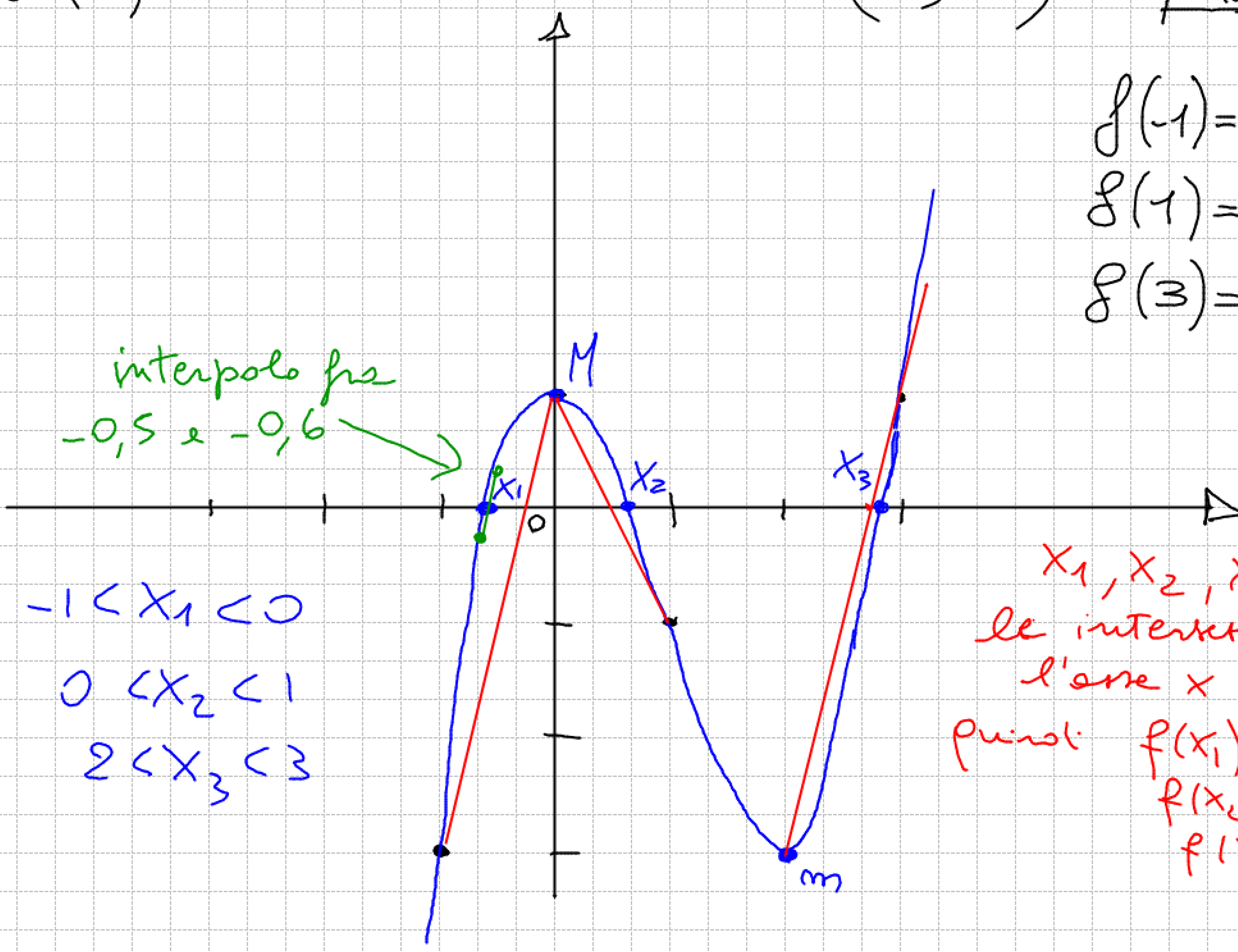
1u

$f(-1)=-1-3+1=-3$

$f(1)=1-3+1=-1$

$f(3)=27-27+1=1$

interpolo fra $-0,5$ e $-0,6$



$-1<x_1<0$

$0<x_2<1$

$2<x_3<3$

x_1, x_2, x_3 sono le intersezioni con l'asse x

quindi $f(x_1)=0$
$f(x_2)=0$
$f(x_3)=0$

sono le soluzioni dell'equazione $x^3-3x^2+1=0$

Vogliamo determinare, in modo approssimato, ma con una certa precisione x_3. Per ora sappiamo che $2<x_3<3$

$f(x_3)=0$

x	y
2	-3
x_3	0
3	1

$(x_3-2):(0+3)=(3-2):(1+3)$

$(x_3-2):(3)=(1):(4)$

$(x_3-2)=\frac{3}{4} \qquad x_3=0,75+2 \qquad x_3=2,75$

significa che x_3 è circa 2,75 osservando la curva $x_3>2,75$ di poco

$y = x^3 - 3x^2 + 1$

Proviamo a determinare x_1 in modo abbastanza preciso

x	y
-1	-3
$-$	
x_1	0
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$
0	1

← negativo

← positivo

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 1 = \frac{-1-6+8}{8} = \frac{1}{8}$

$f\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{-27}{64} - \frac{27}{16} + 1 = \frac{-27-}{64}$

$\rightarrow f(-0,6) = (-0,6)^3 - 3(-0,6)^2 + 1 = -0,296$

$f(-0,7) = -0,813$

$\rightarrow f(-0,5) = 0,125$

x	y
$-0,6$	$-0,296$
x	0
$-0,5$	$0,125$

$(x+0,6) : (0+0,296) = (-0,5+0,6) : (0,125+0,296)$

$(x+0,6) : (0,296) = (0,1) : (0,421)$

$x + 0,6 = \frac{(0,296) \cdot (0,1)}{(0,421)}$

$x + 0,6 = 0,07031$

$x = -0,52969$

$x_1 = -0,53$ circa

Per trovare x_2

x	y
$0,6$	$0,136$
x	0
$0,7$	$-0,127$

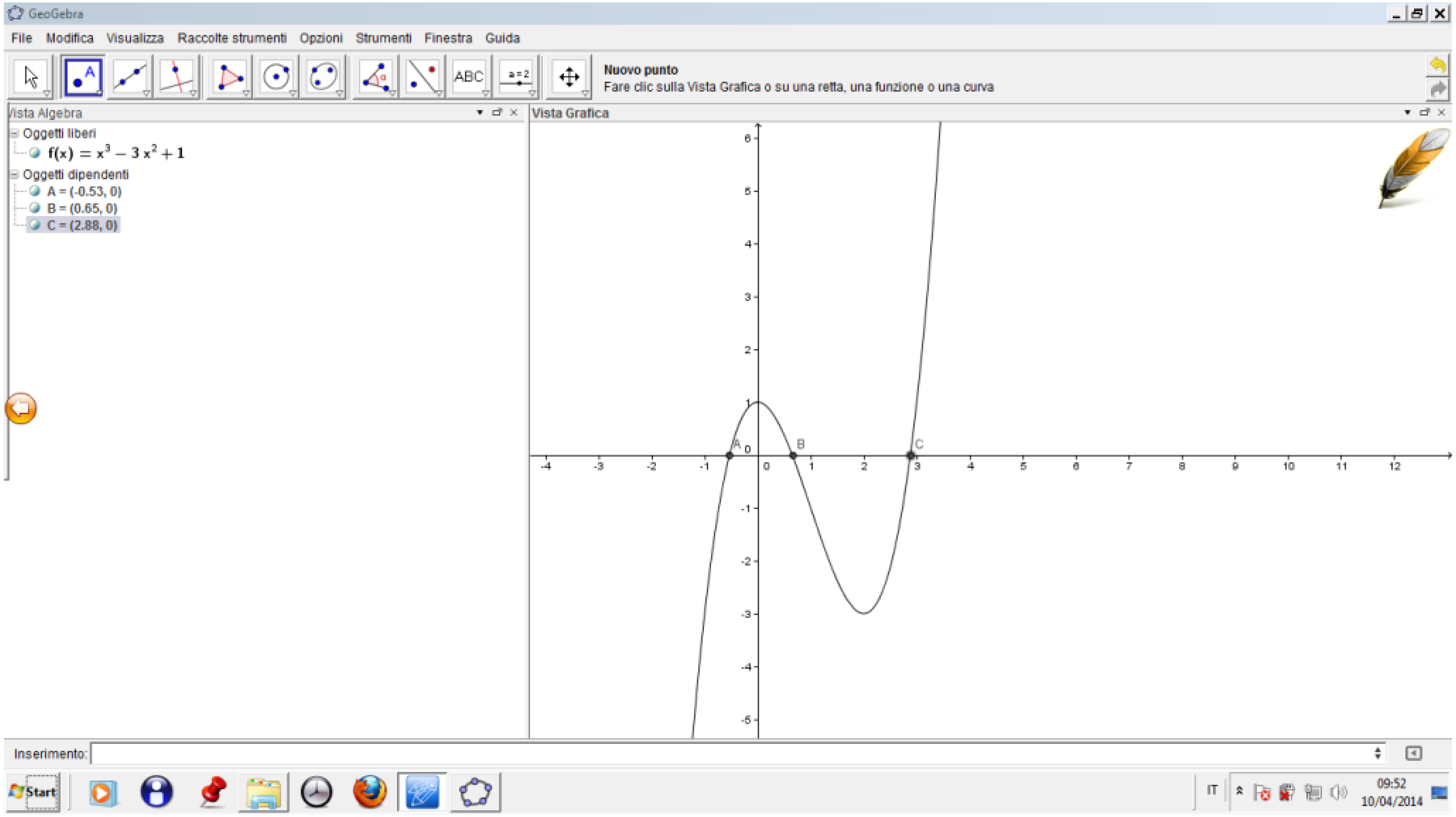
$(x-0,6) : (0-0,136) = (0,7-0,6) : (-0,127-0,136)$

$(x-0,6) : (-0,136) = 0,1 : (-0,256)$

$x - 0,6 = \frac{-0,136 * 0,1}{-0,256} = 0,0517$

$x = 0,6517$ $\qquad x_2 = 0,65$

In conclusione: $x_1 = -0,53$; $x_2 = 0,65$ $\quad x_3 = 2,75$



Abbiamo controllato le nostre soluzioni con Geogebra e abbiamo notato che abbiamo ottenuto valori molto vicini alla realtà per X_1 e X_2

mentre abbiamo ottenuto un valore piuttosto discostato dalla realtà per X_3

Infatti nell'interpolazione per trovare X_3 abbiamo utilizzato un intervallo troppo ampio!