1) Calcola e semplifica la derivata prima della funzione $y = \frac{3x}{(2x^2-3)^3}$

2) Dopo averne determinato il dominio, le intersezioni con gli assi cartesiani, il segno della derivata prima e gli eventuali punti di massimo e minimo, rappresenta la funzione $y = \sqrt{x-3x^2}$

DERIVATA:

$$y' = \frac{3(2x^2-3)^3 - 9x\cdot(2x^2-3)^2\cdot 4x}{(2x^2-3)^6} = \frac{\cancel{(2x^2-3)^2}\cdot[6x^2-9-36x^2]}{(2x^2-3)^{\cancel{6}4}} = \frac{-30x^2-9}{(2x^2-3)^4} = \frac{3(-10x^2-3)}{(2x^2-3)^4}$$

ES. N. 2.

$y = \sqrt{x-3x^2}$

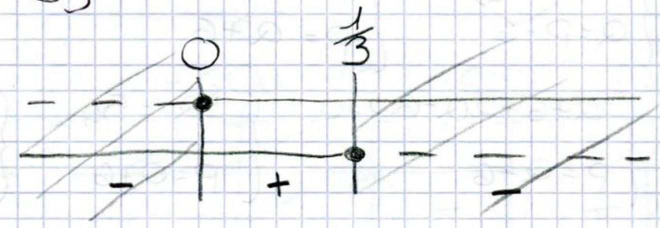
DOMINIO: $D = \{\forall x \in \mathbb{R} : 0 \le x \le \frac{1}{3}\}$

$x - 3x^2 \ge 0$

$x(1-3x) = 0$

$x = 0$

$x = \frac{1}{3}$



INTERSEZIONI con gli ASSI:

$x: (0;0) \wedge (\frac{1}{3};0) \qquad y: (0;0)$

DERIVATA: $y = (x-3x^2)^{\frac{1}{2}}$

$$y' = \frac{1}{2}(x-3x^2)^{-\frac{1}{2}}(-6x+1) = \frac{-6x+1}{2}\cdot\frac{1}{(x-3x^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1-6x}{2\sqrt{x-3x^2}}$$

STUDIO del SEGNO:

$y' \ge 0 \quad \frac{1-6x}{2\sqrt{x-3x^2}} \ge 0$

N: $1-6x = 0$

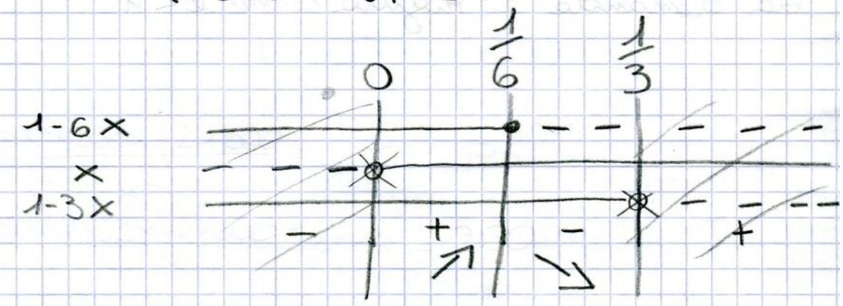
$x = \frac{1}{6}$

D: $2\sqrt{x-3x^2} = 0$

$2\sqrt{x(1-3x)} = 0$

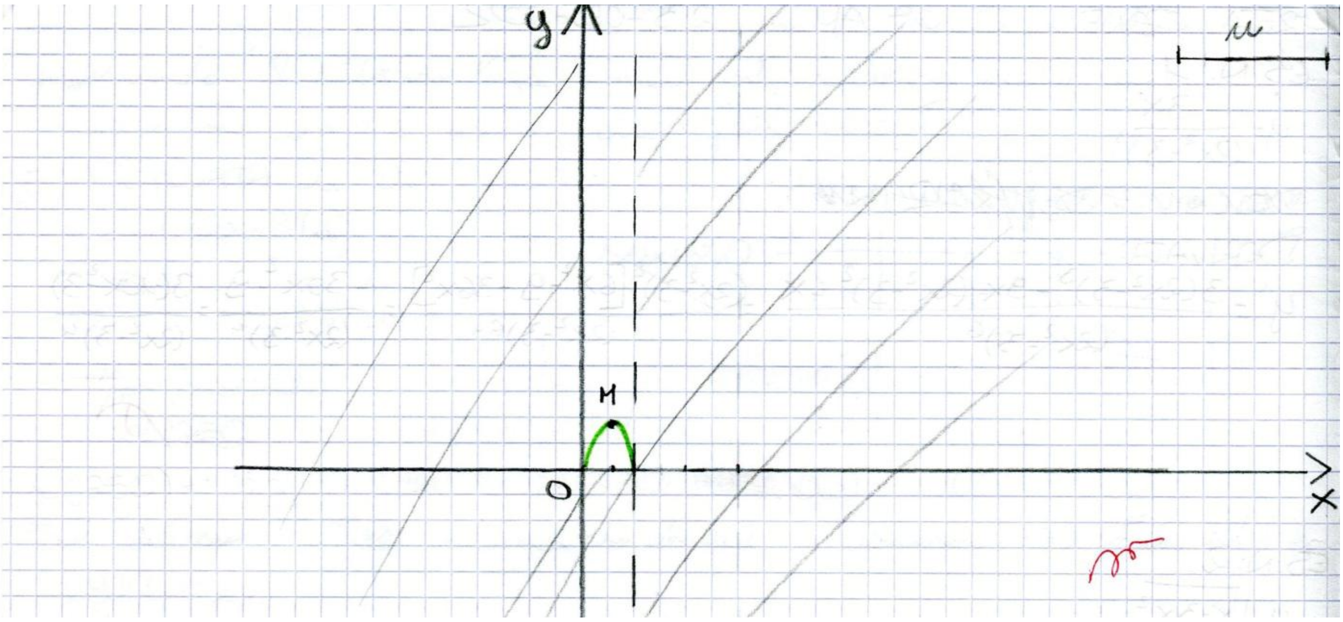
$x = 0$

$x = \frac{1}{3}$



$$f\left(\frac{1}{6}\right) = \sqrt{\frac{1}{6} - \left(3\cdot\frac{1}{36}\right)} = \sqrt{\frac{2-\cancel{1}}{12}} = \sqrt{\frac{1}{12}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}\ 0{,}28 \qquad M\left(\frac{1}{6};\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$$

0,16




3) Dopo aver determinato il prezzo di equilibrio tra la funzione di domanda $Q = 30 - \frac{1}{2}p$ e la funzione di offerta $Q = p - 6$ determina l'elasticità della domanda per tale prezzo e stabilisci se la domanda è rigida o elastica.

ES.N.3

$$\begin{aligned} d.&\begin{cases} Q = 30 - \frac{1}{2}P \\ Q = P - 6 \end{cases} \\ f.& \end{aligned} \qquad \begin{cases} P = -2Q + 60 \\ P = Q + 6 \end{cases}$$

FUNZIONE di VENDITA

" " PRODUZIONE.

$$\begin{cases} Q + 6 + 2Q - 60 = 0 \\ P = Q + 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3Q = 54 \\ P = Q + 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} Q = 18 \\ P = 24 \end{cases}$$

PREZZO DI EQUILIBRIO (18;24)

$$\mathcal{E} = \frac{P}{Q} \cdot Q' = \frac{\cancel{24}^{\,4}}{\cancel{18}_{\,3}} \cdot \left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right) = -\frac{2}{3}$$

$$e = |\mathcal{E}| = \frac{2}{3} = 0,\bar{6}$$

La domanda é rigida perché $e < 1$.

4) Per la produzione di una merce un'impresa sostiene un costo fisso mensile di 21.600 euro, un costo per ogni unità prodotta di 360 euro, una spesa per la manutenzione degli impianti pari al 6% del quadrato del numero di unità prodotte. L'impresa non può produrre più di 800 unità al mese. La domanda è espressa dalla relazione x = 2400 –2 p.

A) In quale regime opera l'impresa? Da che cosa lo deduci?
B) Rappresenta la funzione costo unitario dopo averne determinato il minimo e gli asintoti
C) Spiega che cosa è il costo marginale
D) Spiega il significato di punto di fuga, anche dal punto di vista economico
E) Determina il massimo utile mensile
F) Se il vincolo di produzione scendesse a 700 unità mensili, cambierebbero i risultati del massimo utile e del minimo costo unitario? Se sì, come?

$x$ = unità prodotte al mese $\quad x \in \mathbb{N} \quad x > 0 \wedge x \leq 800$

$Ct(x) \quad : \quad y = 0,06x^2 + 360x + 21600$

$d \quad : \quad x = 2400 - 2p \qquad p = -\frac{1}{2}x + 1200$

$R(x) \quad : \quad y = -0,5x^2 + 1200x$

$CU(x) \quad : \quad y = \dfrac{0,06x^2 + 360x + 21600}{x}$

$CM(x) \quad : \quad y = 0,12x + 360$

$U(x) \quad : \quad y = -0,56x^2 + 840x - 21600$

A) L'impresa opera in un mercato di monopolio perché ci è fornita la funzione di domanda per determinare i ricavi.

B) DERIVATA di CU:

$$y' = \frac{0,12x^2 + \cancel{360x} - 0,06x^2 - \cancel{360x} - 21600}{x^2} = \frac{0,06x^2 - 21600}{x^2}$$

STUDIO del SEGNO:

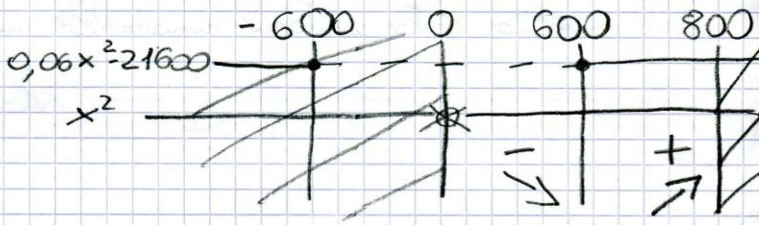
$$y' \geq 0 \quad \frac{0,06x^2 - 21600}{x^2} \geq 0$$

N: $0,06x^2 - 21600 = 0$

$x = \pm 600$

D: $x^2 = 0$

$x = 0$ (DOPPIA)




$$f(600) = \frac{21600 + 216000 + 21600}{600} = 432 \qquad m(600; 432)$$

Il minimo costo unitario si ha ~~a~~ producendo 600 unità prodotte al mese ed è di 432 €.

ASINTOTO VERTICALE:

$x = 0$

ASINTOTO OBLIQUO:

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{0,06x^2 + 360x + 21600}{x^2} = 0,06$$

$$q = \lim_{x \to \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \to \infty} \frac{\cancel{0,06x^2} + 360x + 21600 - \cancel{0,06x^2}}{x} = 360$$

$y = 0,06x + 360 \qquad f(600) = 396$

C) Il costo marginale è il costo dell'ultima unità prodotta. Si ottiene facendo la derivata del costo totale.

D) Il punto di fuga è dato dall'intersezione tra costo unitario e costo marginale ed è il ~~nel loro~~ punto di minimo costo unitario. Esso rappresenta il punto di migliore allocazione delle risorse dove i costi sono minimi e sarebbe l'ideale per produrre.

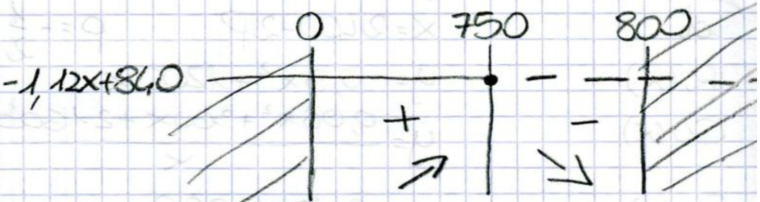
Si chiama così perché in un mercato di concorrenza perfetta se si introduce un nuovo soggetto che fa abbassare il prezzo di mercato ed io sto producendo al punto di fuga i miei costi sarebbero superiori ai ricavi e mi conviene uscire da quel mercato.

E) DERIVATA di U:

$y' = -1,12x + 840$

STUDIO del SEGNO:

$y' \geq 0 \quad -1,12x + 840 \geq 0$




$-1,12x + 840 = 0$

$x = 750$

$f(750) = 293400 \qquad M(750; 293400)$

Il massimo utile mensile si ottiene producendo 750 unità ed è di 293400 €.

F) Se $0 < x \leq 700$ i risultati cambierebbero.

Il massimo utile si ottiene producendo 700 unità ed è di 292000 €

Il minimo costo unitario rimarrebbe invariato.

B)