1 - Data la seguente funzione, tracciane il grafico dopo averne determinato il dominio, il segno, le intersezioni con gli assi, gli asintoti e le eventuali intersezioni con essi:

$$y = \frac{2x - x^2}{2x^2 - 2}$$

2 - Data la seguente funzione, tracciane il grafico dopo averne determinato il dominio, il segno, le intersezioni con gli assi, i punti di massimo e di minimo:

$$y = -2x^3 + x^2 + 4x - 2$$

3 - Scrivi le equazioni di tutti gli asintoti delle seguenti funzioni:

$$y = \frac{3x^3 + 1}{2x^2 + 2} \qquad y = \frac{3x - 1}{3x^2 + 3x} \qquad y = \frac{2x - x^2}{2 + 3x}$$

ES. N. 1.

$y = \frac{2x - x^2}{2x^2 - 2}$

DOMINIO: $D = \{\forall x \in \mathbb{R} : x \neq -1 \wedge x \neq 1\}$

ASINTOTI VERTICALI:

$x = 1$

$x = -1$

ASINTOTO ORIZZONTALE:

$y = -\frac{1}{2}$

STUDIO DEL SEGNO:

$y \geq 0 \qquad \frac{2x - x^2}{2x^2 - 2} \geq 0$

N: $2x - x^2 = 0$

$x(2 - x) = 0$

$x_1 = 0$

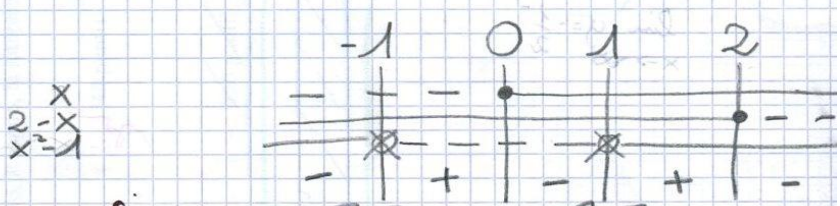
$x_2 = 2$

D: $2x^2 - 2 = 0$

$2(x^2 - 1) = 0$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$



$\lim_{x \to -1^-} y = -\infty \qquad \lim_{x \to -1^+} y = +\infty \qquad \lim_{x \to 1^-} y = -\infty \qquad \lim_{x \to 1^+} y = +\infty$

INTERSEZIONI CON GLI ASSI:

x: $(0;0) \wedge (2;0)$ y: $(0;0)$

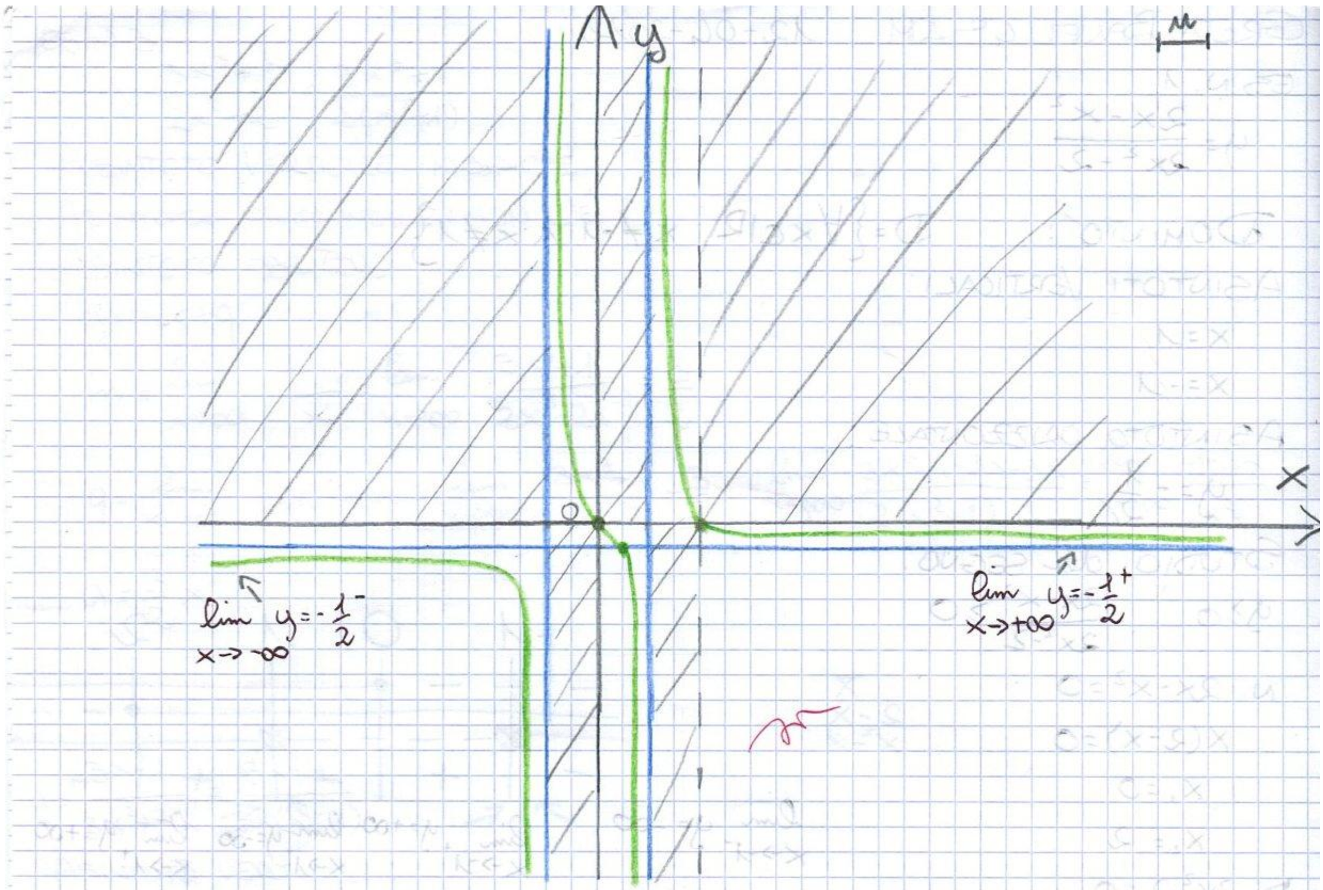
INTERSEZIONE CON L'ASINTOTO ORIZZONTALE:

$\begin{cases} -\frac{1}{2} = \frac{2x - x^2}{2(x^2-1)} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1 - \cancel{x^2} - 2x + \cancel{x^2}}{2(x^2 - 1)} = 0 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} -2x = -1 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$

C.A.

$x \neq -1$ ✓

$x \neq 1$



ES. N. 2.

$y = -2x^3 + x^2 + 4x - 2$

DOMINIO: $D = \{\forall x \in \mathbb{R}\}$

NON CI SONO ASINTOTI

STUDIO del SEGNO:

$y \geq 0 \quad -2x^3 + x^2 + 4x - 2 \geq 0$

$-2x^3 + x^2 + 4x - 2 = 0$

$x^2(2x+1) - 2(-2x+1) = 0$

$(x^2-2)(1-2x) = 0$

$x = \pm\sqrt{2}$ 1,41

$x = \frac{1}{2}$ 0,5

INTERSEZIONI con gli ASSI:

$x: (-\sqrt{2}; 0) \wedge (\frac{1}{2}; 0) \wedge (\sqrt{2}; 0)$ $\quad y: (0; -2)$

DERIVATA:

$y' = nx^{n-1}$

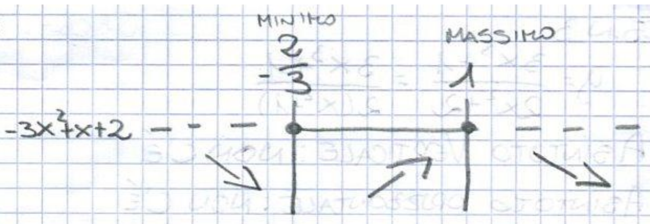
$y' = -6x^2 + 2x + 4$

STUDIO del SEGNO della DERIVATA:

$y' \geq 0 \qquad -6x^2+2x+4 \geq 0$

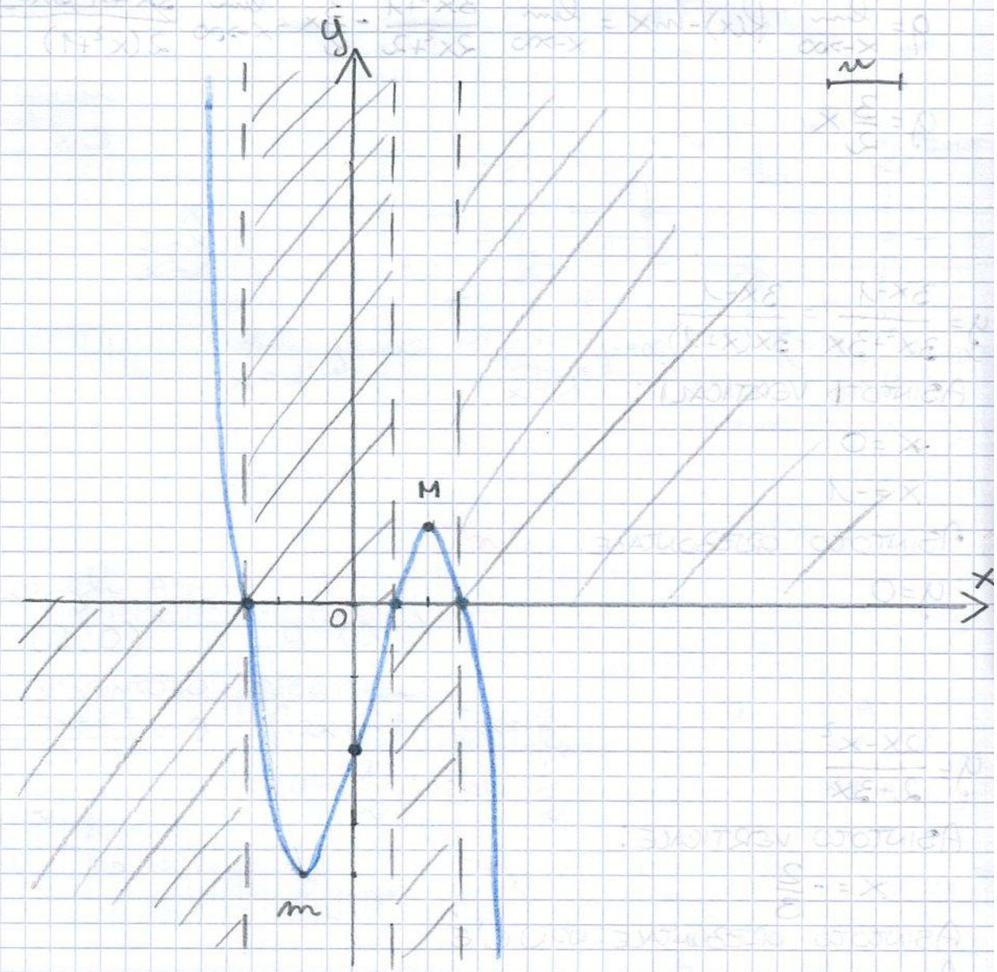
$2(-3x^2+x+2)=0$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \frac{1 \pm 5}{6} = \begin{cases} 1 \\ -\frac{2}{3} \end{cases}$



$f\left(-\frac{2}{3}\right) = -2\cdot\left(-\frac{8}{27}\right) + \frac{4}{9} - \frac{8}{3} - 2 = \frac{16+12-72-54}{27} = -\frac{98}{27}$ $\qquad m\left(-\frac{2}{3}; -\frac{98}{27}\right)$ -3,63

$f(1) = -\cancel{2}+1+\cancel{4}-\cancel{2} = 1 \qquad M(1;1)$



$$y' = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{-2x^3}-2h^3-6x^2h-6xh^2+\cancel{x^2}+h^2+2xh+4h+\cancel{4x}-\cancel{2}+\cancel{2x^3}-\cancel{x^2}-\cancel{4x}+\cancel{2}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}\cdot(-2h^2-6x^2-6xh+h+2x+4)}{\cancel{h}}$$

(non richiesto)

$y' = -6x^2+2x+4$

ES. N. 3.

$$y = \frac{3x^3+1}{2x^2+2} = \frac{3x^3+1}{2(x^2+1)}$$

ASINTOTO VERTICALE: NON C'É

ASINTOTO ORIZZONTALE: NON C'É

ASINTOTO OBLIQUO:

$$y = mx + q$$

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{3x^3+1}{2x^3+2x} = \frac{3}{2}$$

$$q = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\infty} \frac{3x^3+1}{2x^2+2} - \frac{3}{2}x = \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{3x^3}+1-\cancel{3x^3}-3x}{2(x^2+1)} = \lim_{x\to\infty} \frac{1-3x}{2x^2+2} = 0$$

$$y = \frac{3}{2}x$$

$$y = \frac{3x-1}{3x^2+3x} = \frac{3x-1}{3x(x+1)}$$

ASINTOTI VERTICALI:

$x = 0$

$x = -1$

ASINTOTO ORIZZONTALE:

$y = 0$

$$y = \frac{2x-x^2}{2+3x}$$

ASINTOTO VERTICALE:

$$x = -\frac{2}{3}$$

ASINTOTO ORIZZONTALE: NON C'É

ASINTOTO OBLIQUO

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x-x^2}{2x+3x^2} = -\frac{1}{3}$$

$$q = \lim_{x\to\infty} \left(f(x) - mx\right) = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x-x^2}{2+3x} + \frac{1}{3}x\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{6x-\cancel{3x^2}+2x+\cancel{3x^2}}{3(2+3x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{8x}{6+9x} = \frac{8}{9}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{9}$$