1- Una piccola impresa artigiana, per creare spille decorate, sostiene una spesa fissa giornaliera di 48 euro, un costo di 80 centesimi per la base di ogni spilla e una spesa, per il materiale per la decorazione, pari al 12% del quadrato numero delle spille prodotte. Se il prezzo di mercato delle spille è 8 euro l'una, quante spille conviene produrre in un giorno per ottenere il massimo utile e qual è il valore di tale utile massimo?

X = spille da produrre in un giorno $\quad X \in \mathbb{N}$

$C(x): \ y = 48 + 0,8x + 0,12x^2$

$R(x): \ y = 8x$

$U(x): \ y = -0,12x^2 + 0,72x - 48$

$y' = -0,24x + 0,72 \qquad y' = 0 \Rightarrow x = 30$

$U(30) = 60$

Per ottenere il massimo utile, di 60 euro, l'impresa deve produrre 30 spille al giorno

Quali sono i limiti di produzione giornaliera entro i quali l'impresa non risulta in perdita?

$U(x) = 0 \Rightarrow -0,12x^2 + 0,72x - 48 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7,2 \pm \sqrt{28,2}}{0,24}$ $\begin{cases} 7,64 \\ 52,36 \end{cases}$

Per non essere in perdita l'impresa deve produrre almeno 8 spille e non più di 52 al giorno

Se non si potessero produrre più di 25 spille al giorno, cambierebbe il risultato del problema? Perché?

Se non si potessero produrre più di 25 spille al giorno la situazione sarebbe la seguente: quindi il massimo utile si otterrebbe producendo 25 spille al giorno e sarebbe $U(25) = 57$ cioè 57 euro

2 - Una piccola impresa artigiana, per creare spille decorate, sostiene una spesa fissa giornaliera di 48 euro, un costo di 80 centesimi per la base di ogni spilla e una spesa, per il materiale per la decorazione, pari al 12% del quadrato numero delle spille prodotte. Quante spille conviene produrre in un giorno per avere il minimo il costo unitario?

X = spille da produrre in un giorno $\quad X \in \mathbb{N}$

$C(x): \ y = 48 + 0,8x + 0,12x^2$

$Cu(x): \ y = \frac{48 + 0,8x + 0,12x^2}{x}$

$$y' = \frac{(0,8+0,24x)x-(48+0,8x+0,12x^2)}{x^2} \Rightarrow y' = \frac{0,8x+0,24x^2-48-0,8x-0,12x^2}{x^2}$$

$$y' = \frac{0,12x^2-48}{x^2} \qquad 0,12x^2-48=0 \Rightarrow x^2=400 \Rightarrow x=\pm 20$$

		-20		0		20	
N	+	0	−		−	0	+
D	+		+	0	+		+
y'					−		+
y					↘		↗

$C_u(20) = 5,6$

Per avere il minimo costo unitario, di 5,60 euro, l'impresa deve produrre 20 spille al giorno

A quale prezzo dovrebbero essere vendute le spille affinché l'impresa non risulti in perdita?

Affinché l'impresa non risulti in perdita il prezzo di vendita deve essere maggiore o uguale al costo unitario minimo quindi deve essere almeno 5,60 euro

Se non si potessero produrre più di 25 spille al giorno, cambierebbe il risultato del problema? Perché?

Se non si potessero produrre più di 25 spille al giorno la situazione sarebbe la seguente:
quindi il risultato non cambierebbe
cioè il minimo costo unitario
sarebbe, anche in questo caso
5,60 euro per 20 spille prodotte giornalmente

		-20		0		20		25	
N	+	0	−		−	0	+		+
D	+		+	0	+		+		+
y'					−		+		
y					↘		↗		

Dopo aver scritto le equazioni della funzione del costo marginale e degli asintoti della funzione del costo unitario, traccia i grafici che rappresentano il costo marginale e il costo unitario con i relativi asintoti su un piano cartesiano non monometrico in cui un quadretto sull'asse delle ascisse corrisponde a 5 spille e un quadretto sull'asse delle ordinate corrisponde a 1 euro

Costo marginale: $y = 0,24x + 0,8$

costo unitario $y = \dfrac{0,12x^2+0,8x+48}{x}$

asintoto verticale $x = 0$

asintoto obliquo:

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{0,12x^2+0,8x+48}{x^2} = 0,12$$

$$q = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{0{,}12x^2 + 0{,}8x + 48}{x} - 0{,}12x \right) = \lim_{x \to \infty} \frac{0{,}8x + 48}{x} = 0{,}8$$

$$y = 0{,}12x + 0{,}8$$

per disegnare il costo marginale

x	y
0	0,8
20	5,6

per disegnare l'asintoto obliquo

x	y
0	0,8
20	3,2