1) Elena ha versato in banca 400 euro alla fine di ogni quadrimestre per 2 anni. Se oggi, dopo aver versato l'ultima rata, ha costituito un capitale equivalente ad una rendita perpetua anticipata di rata quadrimestrale di 50 euro valutata al tasso nominale annuo convertibile quadrimestralmente del 6%, qual è il tasso annuale effettivo applicato dalla banca in cui aveva versato le rate di 400 euro?

Il tasso della rendita perpetua è $i_3 = \frac{J_3}{3} = \frac{0,06}{3} = 0,02$

Il valore attuale della rendita perpetua anticipata è quindi: $V.A. = \frac{50}{0,02} \cdot 1,02 = 2550$

2550 è il montante della rendita costituita da 6 rate quadrimestrali (3 all'anno per due anni) di 400 euro quindi:

$$2550 = 400 \frac{(1+i_3)^6 - 1}{i_3} \quad \Rightarrow \quad \frac{(1+i_3)^6 - 1}{i_3} = 6,375$$

Utilizzando la tabella del montante di una rendita si cercano sulla riga 6 due valori consecutivi tra i quali risulta compreso 6,375

Tali valori sono 6,308 e 6,388 rispettivamente corrispondenti ai tassi 0,02 e 0,025

Quindi si costruisce la tabella:

i_3	M
0,02	6,308
x	6,375
0,025	6,388

Interpolando si ha:

(x-0,02): (6,375-6,308)= (0,025-0,02): (6,388-6,308)

$$x - 0,02 = \frac{0,067 \cdot 0,005}{0,08} \quad \Rightarrow \quad x=0,02+0,0041875 \quad \Rightarrow \quad x= 0,0241875$$

quindi il tasso quadrimestrale è: i_3=2,41875 %

Per trasformarlo in effettivo annuale si applica la formula: $(1+i_3)^3=1+i$

Cioè: $1+i= (1,0241875)^3 = 1,0743318$ quindi il tasso effettivo annuale è 7,43318 %

2) Luca ha chiesto un prestito di 5000 euro 2 anni e tre mesi fa e dovrà restituire 7500 euro fra tre mesi. Qual è il tasso effettivo annuale applicato all'operazione?

Si deve impostare l'equivalenza tra 5000 euro capitalizzati per un periodo di 2 anni e sei mesi e 7500 euro, quindi: $5000(1+i)^{2,5} = 7500 \quad \Rightarrow \quad (1+i)^{2,5} = 1,5 \quad \Rightarrow \quad 1+i = 1,5^{\frac{1}{2,5}} = 1,176079 \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad i = 0,176079$ quindi il tasso effettivo annuale applicato è 17,6079 %

Si poteva anche determinare il tasso mensile (considerando la capitalizzazione per 30 mesi) trasformando poi il tasso mensile in annuale mediante la formula $1+i = (1+1_{12})^{12}$

3) Determina il dominio (esprimendolo nelle due forme che conosci) il segno, gli asintoti verticali, le intersezioni con gli assi cartesiani e altri due punti a tua scelta appartenenti al grafico della seguente funzione. Rappresenta poi i tuoi risultati su un piano cartesiano monometrico in cui l'unità di misura corrisponde a 6 quadretti:

$$y = \frac{x+2-4x^3-8x^2}{6x^2+4x-2}$$

Scomponendo si ottiene: $y = \dfrac{(x+2)(1-4x^2)}{2(3x-1)(x+1)}$

Quindi $D = \left\{ \forall x \in \Re : x \neq -1 \wedge x \neq \dfrac{1}{3} \right\}$ cioè: $D = \left]-\infty;-1\right[\cup \left]-1;\dfrac{1}{3}\right[\cup \left]\dfrac{1}{3};+\infty\right[$

Segno di y:

		-2		-1		-1/2		1/3		1/2	
$x+2$	-	o	+		+		+		+		+
$1-4x^2$	-		-		-	o	+		+	o	-
$6x^2+4x-2$	+		+	×	-		-	×	+		+
y	+	o	-	∄	+	o	-	∄	+	o	-

asintoti verticali: $x = -1$; $x = \dfrac{1}{3}$

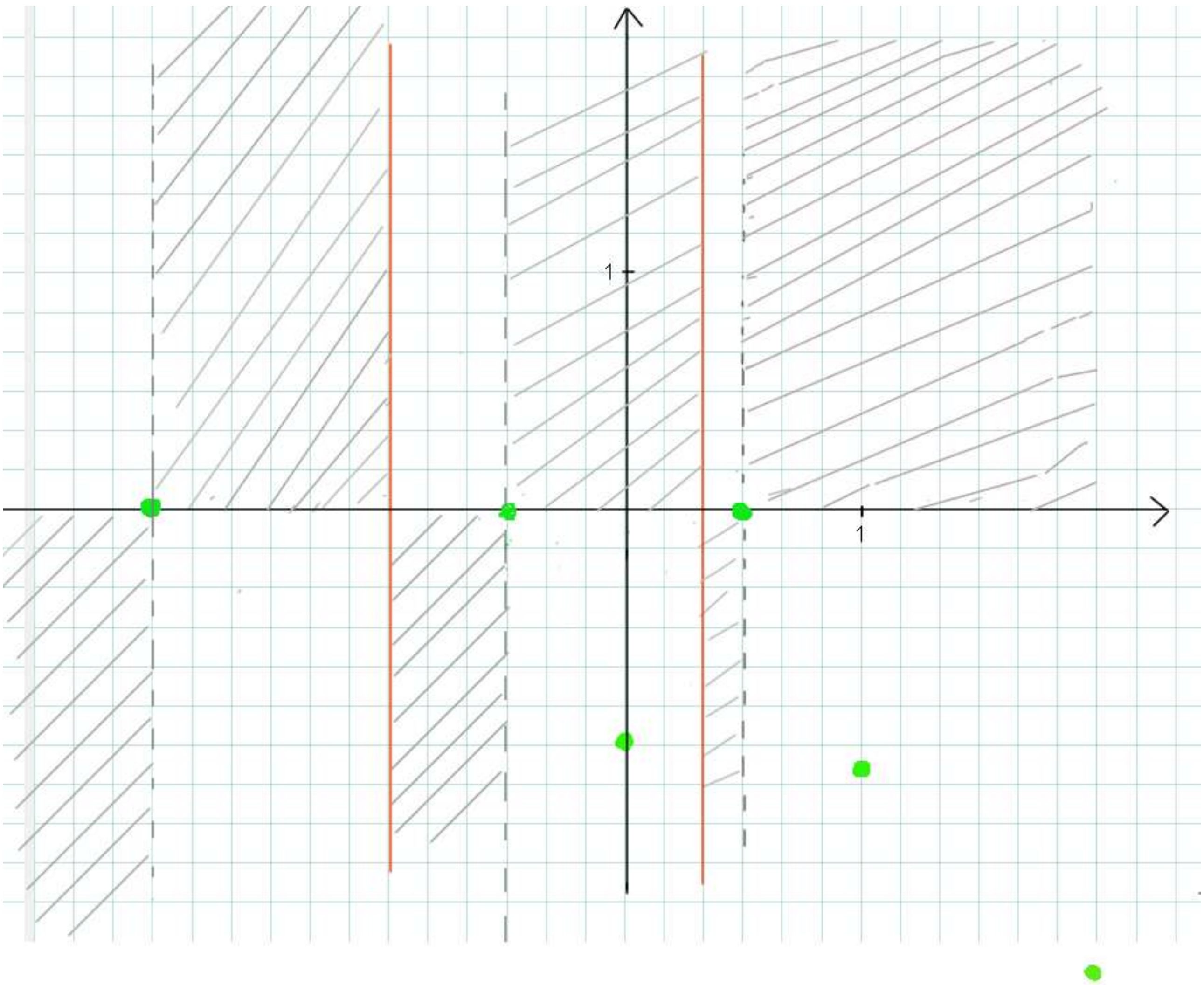
intersezioni con gli assi cartesiani: $(-2;0)$ $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$ $\left(\dfrac{1}{2};0\right)$ $(0;-1)$

altri punti, a scelta, appartenenti al grafico:

ad esempio: $f(1) = -\dfrac{9}{8}$ quindi $\left(1;-\dfrac{9}{8}\right)$

$f(2) = -2$ quindi $(2;-2)$

Il grafico è quindi il seguente:



4) Stendi le prime due righe (cioè quelle relative a prima e seconda rata) del piano di ammortamento di un debito di 9000 euro da rimborsare con rate trimestrali costanti posticipate in 3 anni al tasso effettivo annuale del 5 % (/15 punti)

9000 è il valore attuale della rendita costituita da 12 rate trimestrali (4 all'anno per 3 anni) uguali a R. Il tasso annuale va trasformato trimestrale: $1{,}05 = (1+i_4)^4 \quad \Rightarrow \quad i_4 = 0{,}012272234$

Quindi: $9000 = R\dfrac{(1{,}012272234)^{12}-1}{0{,}012272234}(1{,}012272234)^{-12} \quad \Rightarrow$ R=811,165

semestri	RATA	QUOTA INTERESSI	QUOTA CAPITALE	DEBITO ESTINTO	DEBITO RESIDUO
0					9000
1	811,17	110,45	700,72	700,72	8299,28
2	811,17	101,85	709,32	1410,04	7589,96