1. LE DISEQUAZIONI E LE LORO PROPRIETÀ

▶ Teoria a pag. 2

Gli intervalli

Stabilisci se i seguenti insiemi sono intervalli e, in caso affermativo, stabilisci se sono aperti o chiusi. Rappresentali sulla retta orientata e utilizzando la notazione con le parentesi quadre.

1 $\{x|x \in \mathbb{R}; 3 \leq x \leq 7\}$ $[[3; 7]]$

2 $\{x|x \in \mathbb{R}; -5 \leq x < 8\}$ $[[-5; 8[]$

3 $\{7, 9\}$ [non è un intervallo]

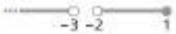
4 $\{x|x \in \mathbb{R}; x \geq 7\}$ $[[7; +\infty[]$

Rappresenta i seguenti intervalli (o unioni di intervalli) mediante disuguaglianze e mediante parentesi quadre.

5  $[-1 \leq x < 6; [-1; 6[]$

6  $[x > -3;]-3; +\infty[]$

7  $[x \leq -2 \lor x > 8;]-\infty; -2] \cup]8; +\infty[]$

8  $[x < -3 \lor -2 < x \leq 1;]-\infty; -3[\cup]-2; 1]]$

9  $[x \leq 4;]-\infty; 4]]$

Scrivi i seguenti intervalli con le disuguaglianze e con le parentesi quadre. Indica tutti i numeri reali che sono:

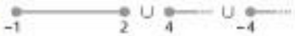
10 compresi tra -2 e 9, estremi inclusi.

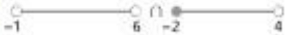
11 compresi tra $-\frac{1}{2}$ e 2, estremi esclusi.

12 compresi tra -4 e 5, con -4 incluso e 5 escluso.

13 minori o uguali a 4.

Rappresenta su una stessa retta orientata l'unione o l'intersezione dei seguenti insiemi e scrivi il risultato anche con le disuguaglianze e con le parentesi quadre.

14  $[x \geq -4; [-4; +\infty[]$

15  $[-1 < x < 4;]-1; 4[]$

16 $\mathbb{R} \cup \{x \in \mathbb{R}|x > 2\}$ $[\mathbb{R}]$

17 $\emptyset \cup \{x \in \mathbb{R}|x \geq 1\}$ $[x \geq 1; [1; +\infty[]$

18 $\mathbb{R} \cap \{x \in \mathbb{R}|1 \leq x \leq 3\}$ $[1 \leq x \leq 3; [1; 3]]$

19 $]1; 9] \cap [-4; 3[$ $[1 < x < 3;]1; 3[]$

Le disequazioni equivalenti

Risolvi le seguenti disequazioni, applicando il primo o il secondo principio di equivalenza. Per ogni passaggio indica quale principio hai applicato.

20 $x - 5 < 7$; $2x > 10$; $-3x < 4$; $2x > x + 3$; $9 > x + 1$; $3x + 2 < 1 + 2x$.

21 $9 < -3x$; $12x > 4x$; $\frac{1}{3}x > 2$; $5x - 7 < 6x$; $\frac{9}{2}x > 1$; $12x - 4 < 7$.

2. LE DISEQUAZIONI DI PRIMO GRADO

▶ Teoria a pag. 4

Le disequazioni intere numeriche

22 VERO O FALSO?

a) La disequazione $(1 - \sqrt{3})x > 1$ ha come soluzione $x > \frac{1}{1 - \sqrt{3}}$. V F

b) La disequazione $\frac{x - 2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} > \frac{4}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ ha come soluzione $x < 6$. V F

c) La soluzione della disequazione $x > \frac{4 + x}{-3}$ è $x > -1$. V F

23 ESERCIZIO GUIDA

Risolviamo la seguente disequazione intera numerica:

$$7\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{5}\right) + (x - 4)(x + 4) > -\frac{2x + 12}{3} - \frac{3}{5}\left(1 - \frac{5}{3}x^2\right).$$

Eliminiamo le parentesi svolgendo i calcoli:

$$\frac{7}{3}x + \frac{7}{5} + x^2 - 16 > -\frac{2x + 12}{3} - \frac{3}{5} + x^2.$$

Eliminiamo i denominatori, moltiplicando entrambi i membri per il loro minimo comune multiplo, cioè 15 (applicando il secondo principio di equivalenza):

$$35x + 21 + 15x^2 - 240 > -10x - 60 - 9 + 15x^2.$$

Trasportiamo i termini con l'incognita al primo membro e i termini noti al secondo membro, applicando il primo principio di equivalenza:

$$35x + 15x^2 + 10x - 15x^2 > -21 + 240 - 60 - 9$$
$$45x > 150.$$

Dividiamo per 45 entrambi i membri, applicando il secondo principio:

$$x > \frac{10}{3}.$$

L'intervallo delle soluzioni è $\left]\frac{10}{3}; +\infty\right[$.

Risolvi le seguenti disequazioni intere numeriche.

24 $5x - 8 > 3x - 6$ $[x > 1]$

25 $7x - 3 + 5(-2x + 1) < 3x - 7$ $\left[x > \frac{3}{2}\right]$

26 $-\frac{1}{2} + 5(x + 1) > 2\left(\frac{13}{5} + x\right) + \frac{1}{2}$ $\left[x > \frac{2}{5}\right]$

27 $\frac{3x + 5}{2} - \frac{8x - 5}{7} < \frac{x - 1}{14}$ $\left[x < -\frac{23}{2}\right]$

28 $(x + 1)(x^2 - x + 1) + (x + 1)^2 - 5x > 5(1 - x) + x^2(1 + x) + 2$ $\left[x > \frac{5}{2}\right]$

29 $(x - 3)^2 + 3(3x + 4) > (x + 6)(x + 3) + 12$ $\left[x < -\frac{3}{2}\right]$

30 $\frac{x + 4}{12} - \frac{x + 2}{8} + \frac{5(x - 1)}{24} > \frac{x - 1}{4} - \frac{x - 6}{24}$ $[x < -3]$

31 $x^2 + 3(x + 1) > (x + 3)^2 - 3(x + 2)$ $[\nexists x \in \mathbb{R}]$