LA PARABOLA

Teoria:
pag 74, pag.75, pag 76 , pag. 77, pag78, pag. 79, pag. 83, pag. 87, pag. 94, 95, 96, 97, 98

Esercizi

1) Disegna, utilizzando un piano cartesiano monometrico nel quale l'unità corrisponde a 4 quadretti la parabola di equazione $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$, dopo averne trovato l'asse di simmetria, il vertice ed alcuni punti a tuo piacere (utilizzando il concetto di funzione).
Disegna poi il punto F$\left(0;-\frac{3}{2}\right)$ e la retta d: $y = -\frac{5}{2}$ e verifica, utilizzando un righello, che qualunque punto della parabola da te scelto ha la stessa distanza da F e da d.

2) pag. 262 n. 2, 3, 4, 5. Con lo stesso metodo utilizzato in questi esercizi, verifica che la parabola che ha fuoco nel punto F$\left(0;-\frac{3}{2}\right)$ e per direttrice la retta d: $y = -\frac{5}{2}$ è quella data nell'esercizio1

3) Pag. 261 n. 13

4) Disegna le parabole degli esercizi a pag. 266 da 56 a 65 dopo averne determinato le intersezioni con gli assi, il vertice come intersezione tra l'asse di simmetria e la parabola e, se necessario, alcuni punti.

5) pag. 267 n. 88, 89, 90, 91, 92, 93 (parabola passante per tre punti assegnati)

6) pag. 268 n. 99, 100, 101, 102, 103, 104 (parabola di cui si conoscono il vertice e un punto)

7) Dopo aver determinato le coordinate del vertice e delle intersezioni con gli assi cartesiani della parabola di equazione $y = -3x^2 + 4x - 1$ disegnala sul piano cartesiano (utilizzando un piano cartesiano monometrico, nel quale l'unità corrisponde a 3 quadretti). insieme alla retta di equazione 3x+2y=1. Determina poi i relativi punti di intersezione. Risultato: $\left(\frac{1}{3};0\right)$ $\left(\frac{3}{2};-\frac{7}{4}\right)$

8) Rappresenta, utilizzando un piano cartesiano monometrico nel quale l'unità corrisponde a 3 quadretti, la parabola p di equazione $y = 3x^2 - 2x - 1$ dopo averne determinato il vertice e le intersezioni con gli assi cartesiani. Determina, infine, i punti di intersezione tra la retta r di equazione $2x + 3y + 3 = 0$ e la parabola p. Risultato: $(0;-1)$ $\left(\frac{4}{9};-\frac{35}{27}\right)$

9) Intersezioni tra parabola e retta: pag. 274 n. 155, 156, 157, 159, 161

10) Determinazione delle tangenti ad una parabola
Pag. 275 n.165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173

APPLICAZIONI ALL'ECONOMIA

11) Un'impresa per la produzione di mangimi per animali sostiene le seguenti spese:
- una spesa fissa settimanale di € 18.000;
- un costo per materie prime e lavorazione di € 130 per ogni quintale di mangime;
- una spesa per la manutenzione degli impianti pari al 5% del quadrato del numero dei quintali prodotti.

Vende il prodotto a € 205 il quintale.
Rappresentare le funzioni del costo totale, del ricavo e del guadagno e calcolare:
a) per quale quantità il guadagno è massimo e fra quali valori di produzione l'impresa non è in perdita.
[Utile massimo di € 10.125 per la produzione di 750 q. $U(x) \geq 0$ per $300 \leq x \leq 1.200$]

12) Una sartoria produce abiti da uomo e sostiene per la produzione:
- una spesa fissa mensile di € 1.600;
- un costo per stoffa e lavorazione di € 80 per ogni abito prodotto. La domanda è espressa dalla funzione $x = 120 - 0,4p$.

Rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del ricavo, dell'utile netto e determinare per quale quantità il ricavo è massimo, per quale quantità l'utile è massimo e per quali quantità i ricavi eguagliano i costi.
[Massimo ricavo € 9.000 per $x = 60$; massimo utile € 3.240 per $x = 44$,
i ricavi eguagliano i costi (break-even point) per $x = 8$ e $x = 80$]

13) Per la produzione di un bene un'impresa sostiene:
- una spesa fissa annua di € 30.000;
- un costo per materie prime di € 80 per ogni unità prodotta;
- una spesa per la lavorazione pari al 3% del quadrato del numero delle unità prodotte. Vende il bene al prezzo di € 260 per unità.

Determinare e rappresentare in uno stesso sistema cartesiano la funzione del costo totale, del ricavo e dell'utile. Calcolare per quale quantità l'utile è massimo.
[Utile massimo di € 240.000 per la produzione di 3.000 unità]

14) Un'impresa vende un prodotto in condizioni di monopolio e la domanda è data da:
$x = 600 - 2p$ (p espresso in euro)
Per ogni ciclo di produzione l'impresa sostiene costi fissi di € 4.608 e un costo di € 140 per ogni unità prodotta.
Rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del ricavo totale, dell'utile e determinare la quantità che consente il massimo ricavo, la quantità che consente il massimo utile e i limiti di produzione per non essere in perdita.
[Massimo ricavo € 45.000 per $x = 300$; massimo utile € 8.192 per $x = 160$; $U(x) \geq 0$ per $32 \leq x \leq 288$]

15) Un'impresa sostiene per la produzione di una merce:
- un costo fisso mensile di € 18.000;
- un costo per unità prodotta di € 160;
- una spesa per la manutenzione degli impianti pari al 5% del quadrato del numero di unità prodotte.

Vende la merce prodotta in condizioni di monopolio e la domanda è espressa dalla funzione:
$x = 4.000 - l0p$.
Rappresentare graficamente le funzioni del costo totale, del ricavo, dell'utile netto e determinare:
a) per quale produzione il ricavo è massimo;
b) per quale quantità il ricavo non è inferiore al costo;
c) per quale quantità l'utile è massimo.
[a) € 400.000 per $x = 2.000$ b) $79 \leq x \leq 1.521$ c) € 78.000 per $x=800$]