

Esercizi per il ripasso

1) Data la circonferenza di equazione $x^2+y^2-4x-5=0$ determina il centro, il raggio e le intersezioni con gli assi cartesiani.

2) Scrivi l'equazione della circonferenza di centro $\left(-\frac{3}{2}; 5\right)$ e raggio 2, disegna e determina le intersezioni con gli assi.

3) Determina il centro e il raggio della circonferenza di equazione $4x^2+4y^2-4x+6y-3=0$ e successivamente determina l'intersezione di tale circonferenza con la retta $x-2y=0$

4) Dati i punti A(1;2) B(-1;0) V(-1;4) determina e rappresenta:

- a) la parabola p con asse parallelo all'asse y, con vertice nel punto V e passante per A
- b) l'equazione della circonferenza c passante per i punti A, B e V

5) Dopo aver determinato l'equazione della parabola passante per i punti A(1,0) B(-1,-6) C(2,-3) trovane il vertice, le intersezioni con gli assi e rappresentala graficamente. Stabilisci, poi, se la parabola interseca la retta di equazione $2x+3y+3=0$ e, in caso affermativo, determina la distanza tra i due punti di intersezione.

6) Determina l'equazione della circonferenza γ con centro nel punto C(3;0) passante per il punto P(1;-1), determina poi le eventuali intersezioni di questa circonferenza prima col con la retta r di equazione $y=2x-11$ e successivamente con la retta s di equazione $x+2y=3$. Come puoi definire r e s rispetto a γ ?

7) Collega ogni equazione ad un tipo di curva:

A $3x^2+3y^2-6y+1=0$	1 parabola con asse parallelo all'asse x
B $x^2+y^2-4y+5=0$	2 parabola con asse parallelo all'asse y
C $3x^2-3y^2-6x-2=0$	3 circonferenza con centro nell'origine degli assi
D $x^2+y^2+x+3y-3=0$	4 circonferenza con centro sull'asse x
E $3x^2+3x-6y+1=0$	5 circonferenza con centro sull'asse y
F $9-x^2-y^2=0$	6 circonferenza con centro di coordinate positive
G $4x-3x^2-3y^2=0$	7 circonferenza con centro di coordinate negative
H $3x^2+5y^2-2y-1=0$	8 ellisse
I $3x+3y^2-6y+1=0$	9 iperbole
L $2x^2+2y^2-3x-6y+2=0$	10 nessuna curva

8) Le seguenti affermazioni sono tutte vere tranne una. Quale?

L'equazione $x^2+y^2+ax+by=0$ rappresenta una circonferenza di raggio positivo:

- a) passante per l'origine solo se $a=0$ e $b=0$
- b) per qualsiasi valore di a e b, purché non siano entrambi nulli
- c) passante per l'origine
- d) di raggio $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$
- e) di centro $\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}\right)$

9) L'equazione della circonferenza tangente all'asse delle ordinate e di centro C(-2;-3) è:

- a) $x^2+y^2-4x-6y-9=0$
- b) $x^2+y^2+4x+6y-9=0$
- c) $x^2+y^2=4$
- d) $x^2+y^2-4x-6y+9=0$
- e) $x^2+y^2+4x+6y+9=0$

10) Determina e rappresenta la regione del piano individuata dal seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} y + 2 \geq 0 \\ 3x \geq 0 \\ 3x - 2y + 4 \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 15 \end{cases}$$

indica se tale regione è limitata o illimitata e individuane i vertici, determinando le relative coordinate.

11) Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni:

$$\begin{cases} \frac{2}{4x^3 - 4x^2 + x} \geq 0 \\ \frac{x^2 + x + 2}{1 - x^2} \geq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^3 + 2x^2 + x \geq 0 \\ 5x - x^2 \leq 0 \\ 4x^4 \geq x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x^3 - 5x^2 + 2x \leq 0 \\ \frac{1 - 3x^2}{x^2} \geq 1 \end{cases}$$

12) Rappresenta le soluzioni dei seguenti sistemi sul piano cartesiano e calcola le coordinate dei vertici delle relative regioni:

$$\begin{cases} 2y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 1 \geq 0 \\ x + y \leq 3 \\ 2x + 6 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2y \geq 0 \\ x + 2y - 1 \leq 0 \\ 2x + 6 \geq 0 \end{cases}$$

13) Determina l'equazione della retta a passante per i punti P(-3;0) e Q (2;4) e l'equazione della retta b perpendicolare alla retta a e passante per P

14) Rappresenta la retta r di equazione $3x + 5y + 9 = 0$ dopo averne determinato il coefficiente angolare e le intersezioni con gli assi cartesiani.

Sullo stesso piano cartesiano rappresenta la parabola p di equazione $y = -2x^2 + 3x - 1$ dopo averne determinato il vertice e le intersezioni con gli assi cartesiani.

Determina, infine, i punti di intersezione tra la retta r e la parabola p.

15) Dopo aver determinato le coordinate del vertice e delle intersezioni con gli assi cartesiani della parabola di equazione $y = -3x^2 + 4x - 1$ disegna sul piano cartesiano insieme alla retta di equazione $3x + 2y = 1$.

Determina poi i relativi punti di intersezione.

16) Risolvi e rappresenta graficamente il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 3y + 1 = 0 \end{cases}$$

17) Dati i due punti A(2;-1) B(1;3) determina:

- la distanza tra A e B
- il punto medio del segmento AB
- l'equazione della retta r passante per A e B
- l'equazione della retta parallela a r passante per il punto P(-1;2)
- l'equazione della retta perpendicolare a r passante per il punto P(-1;2)

18) Determina il vertice, le intersezioni con gli assi e le intersezioni con le rette $2x - y - 2 = 0$ e $3x - y = 1$ della parabola $y = 2x^2 + 3x + 1$

Soluzioni

1) $C(2;0) \quad r=3 \quad \text{int. asse } x \quad (-1;0) \quad (5;0) \quad \text{int. asse } y \quad (0;-\sqrt{5}) \quad (0;\sqrt{5})$

2) $4x^2 + 4y^2 + 12x - 40y + 93 = 0 \quad \text{int. asse } x: \text{nessuna} \quad \text{int asse } y: \left(0; \frac{10-\sqrt{7}}{2}\right) \left(0; \frac{10+\sqrt{7}}{2}\right)$

3) $C\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right) \quad r = \frac{5}{4} \quad \left(\frac{1-\sqrt{61}}{10}; \frac{1-\sqrt{61}}{20}\right) \quad \left(\frac{1+\sqrt{61}}{10}; \frac{1+\sqrt{61}}{20}\right) \quad (\text{Vedi } \underline{\text{risoluzione}})$

4) $4x^2 + 4y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$

5) $y = -2x^2 + 3x - 1 \quad V\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{8}\right) \quad \left(\frac{1}{2}; 0\right) \quad (1;0) \quad (0;-1) \quad (0;-1) \quad \left(\frac{11}{6}; -\frac{20}{9}\right) \quad \frac{11}{18}\sqrt{13}$

6) $x^2 + y^2 - 6x + 4 = 0$

7) A-5 B-10 C-9 D-7 E-2 F-3 G-4 H-8 I-1 L-6

8) A

9) E

10)

11) $\begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \vee x > \frac{1}{2} \\ -1 < x < 1 \end{cases} \quad \text{quindi} \quad \left]0; \frac{1}{2}\right[\cup \left] \frac{1}{2}; 1\right[$

$\begin{cases} x = -1 \vee x \geq 0 \\ x \leq 0 \vee x \geq 5 \\ x \leq -\frac{1}{2} \vee x = 0 \vee x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{quindi} \quad \{0\} \cup [5; +\infty[$

$\begin{cases} x \leq 0 \vee \frac{3}{2} \leq x \leq 1 \\ -\frac{1}{2} \leq x < 0 \vee 0 < x \leq \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{quindi} \quad \left[-\frac{1}{2}; 0\right[$

12) Triangolo di vertici $(-1;0) \quad (3;0) \quad \left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}\right)$