

Risolvi le seguenti equazioni, specificando quali leggi, teoremi e regole di scomposizione stai usando.

Per ognuna indica le soluzioni reali in ordine crescente, scrivendo se sono multiple e scrivi quante sono le soluzioni non reali. Verifica se il numero di soluzioni trovate corrisponde al grado dell'equazione:

- 1) $(3x-1)^3(x-2)^2=0$ $S = \left\{ \frac{1}{3}(\text{tripla}); 2(\text{doppia}) \right\}$
- 2) $(3x+1)^3 = (x-1)^2$ $27x^3 + 26x^2 + 11x = 0$ $S = \{0\}$ e due soluzioni $\notin \mathfrak{R}$
- 3) $x^6 - 64 = 0$ $S = \{-2; 2\}$ e quattro soluzioni $\notin \mathfrak{R}$
- 4) $16x^4 - 1 = 0$ $S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$ e due soluzioni $\notin \mathfrak{R}$
- 5) $27 + 8x^3 = 0$ $S = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$ e due soluzioni $\notin \mathfrak{R}$
- 6) $x^4(2x+1) = 18x^3 + 9x^2$ $S = \left\{ -3; -\frac{1}{2}; 0(\text{doppia}); 3 \right\}$
- 7) $7x^2 - 6x^3 = 0$ $S = \left\{ 0(\text{doppia}); \frac{7}{6} \right\}$
- 8) $7x^2 - 6x^3 = 1$ $S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; 1 \right\}$
- 9) $7x^3 - 6x^2 - 7x + 6 = 0$ $S = \left\{ -1; \frac{6}{7}; 1 \right\}$
- 10) $6x^4 = x^6 + 8x^2$ $S = \{-2; -\sqrt{2}; 0(\text{doppia}); \sqrt{2}; 2\}$
- 11) $x^4 = 7x + \frac{x^2}{2}$ $S = \{0; 2\}$ e due soluzioni $\notin \mathfrak{R}$

Risolvi le seguenti equazioni frazionarie:

- 12) $\frac{4x^2}{4x^2 - 4x + 1} - \frac{1}{2x^2 + 3x - 2} + \frac{1}{2 - 4x} = 1$ $C.E.: x \neq -2 \wedge x \neq \frac{1}{2}$ $6x^2 + 7x = 0$ $S = \left\{ -\frac{7}{6}; 0 \right\}$
- 13) $\frac{1}{9x^2 - 6x + 1} = \frac{1}{2 - 6x}$ $C.E.: x \neq \frac{1}{3}$ $S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$
- 14) $2x^2 + \frac{1}{2x^2} = \frac{5}{2}$ $C.E.: x \neq 0$ $S = \left\{ -1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1 \right\}$
- 15) $\frac{3 + 2x^2}{2x^2 - 5x - 3} + \frac{x}{3 - x} = 0$ $C.E.: x \neq -\frac{1}{2} \wedge x \neq 3$ $S = \emptyset$
- 16) $\frac{2x - 15}{x^2 - 7x + 12} + \frac{2x + 3}{3 - x} = \frac{2x + 1}{x - 4}$ $C.E.: x \neq 3 \wedge x \neq 4$ $-4x^2 + 12x = 0$ $S = \{0\}$
- 17) $\frac{1}{9x^2 - 6x + 1} - \frac{2x - 1}{3x^2 + 5x - 2} = \frac{1}{4 + 2x}$ $C.E.: x \neq -2 \wedge x \neq \frac{1}{3}$ $S = \left\{ \frac{9 - \sqrt{102}}{21}; \frac{9 + \sqrt{102}}{21} \right\}$

Risolvi le seguenti equazioni:

18) $4x^2 - 3x^3 = 0$

19) $4x^2 - 3x^3 = 1$

$$S = \left\{ \frac{1 - \sqrt{13}}{6}; \frac{1 + \sqrt{13}}{6}; 1 \right\}$$

20) $(1 - 3x)^2 - (1 + 3x)^2 = 0$

$S = \{0\}$ (abbassamento di grado)

21) $(1 - x)^3(4x^2 - 1) = 0$

22) $(1 - x)^3 = 1$

$12x^3 + 2x^2 + 14x = 0$

$S = \{0\}$ e due soluzioni $\notin \mathbb{R}$

23) $12x^3 + 2x^2 - 14x = 0$

$$S = \left\{ -\frac{7}{6}; 0; 1 \right\}$$

24) $x^5 - 16x = 0$

$S = \{-2; 0; 2\}$ e due soluzioni $\notin \mathbb{R}$

25) $8 - 27x^3 = 0$

26) $5x^3 - 8x^2 - 5x + 8 = 0$

27) $4x^4 = x^6 - 5x^2$

$S = \{-\sqrt{5}; 0(\text{doppia}); \sqrt{5}\}$ e due soluzioni $\notin \mathbb{R}$

28) $7x^2 + 2x^3 + 8x + 3 = 0$

29) $3x^4 + 8 = 14x^2 - 5x^3 + 20x$

$$S = \left\{ -2(\text{doppia}); \frac{1}{3}; 2 \right\}$$

30) $2x = \frac{1}{2x}$

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

31) $\frac{x-1}{2x+1} - \frac{3x+9}{2x+4x^2} + \frac{1+3x}{2x} = 0$

$S = \{-1; 1\}$

32) $\frac{x+3}{x-2} + \frac{5-3x}{4-x} = \frac{x^2-18x+7}{x^2-6x+8} - 1$

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

33) $\frac{3-x}{1-4x} + \frac{2+x}{2x} = \frac{3x^2+5x-2}{8x^2-2x}$

$$S = \left\{ \frac{4}{3} \right\}$$

34) $\frac{1}{4x^2-4x+1} = \frac{1}{3-6x}$

$S = \{-1\}$

35) $\frac{3+2x^2}{2x^2+5x-3} - \frac{x}{3+x} = 0$

$S = \emptyset$

36) $\frac{3-5x}{3x^2-2x-1} - \frac{1}{6x+2} = 1$

$$S = \left\{ \frac{-7 - \sqrt{265}}{12}; \frac{-7 + \sqrt{265}}{12} \right\}$$