1) Risolvi le seguenti equazioni e scrivi le soluzioni reali in ordine crescente, indicando se sono multiple e quante sono le eventuali soluzioni non reali: (/25 punti)

$(x+1)^3=(3x-1)^2$ $\quad (x+1)^3(2x-3)^2=0$ $\quad \dfrac{5+5x}{x^2-25}=\dfrac{2}{x+5}$ $\quad 4x^4-9x^2=0$

$(x+1)^3=(3x-1) \Rightarrow x^3+3x^2+3x+1=9x^2-6x+1 \Rightarrow x^3-6x^2+9x=0$

quindi $x(x^2-6x+9)=0 \Rightarrow x(x-3)^2=0$

$S=\{0; 3 \text{ (doppia)}\}$

$(x+1)^3(2x-3)^2=0 \Rightarrow x+1=0$ tripla $\vee$ $2x-3=0$ doppia

$S=\{-1 \text{ (tripla)}; \frac{3}{2} \text{ (doppia)}\}$

$\dfrac{5+5x}{x^2-25}=\dfrac{2}{x+5} \Rightarrow \dfrac{5+5x}{(x-5)(x+5)}=\dfrac{2}{x+5}$ C.E.: $x\neq-5 \wedge x\neq 5$

$\dfrac{5+5x-2(x-5)}{(x-5)(x+5)}=0 \Rightarrow 5+5x-2x+10=0 \Rightarrow 3x=-15 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=-5$ non accettabile $\quad S=\emptyset$

(equaz. impossibile)

$4x^4-9x^2=0 \quad x^2(4x^2-3)=0 \quad x^2(2x-3)(2x+3)=0$

$S=\{-\frac{3}{2}; 0 \text{ (doppia)}; \frac{3}{2}\}$

2) Risolvi le seguenti disequazioni, esprimendo le soluzioni nei due modi che conosci:

$\dfrac{1}{2x+2}\geq\dfrac{2x}{(x+1)^2}$ $\quad \dfrac{1}{2x}\leq\dfrac{3x}{x^2-x}$ (/20 punti)

$\dfrac{1}{2x+2}\geq\dfrac{2x}{(x+1)^2} \Rightarrow \dfrac{1}{2(x+1)}-\dfrac{2x}{(x+1)^2}\geq 0 \Rightarrow \dfrac{x+1-4x}{2(x+1)^2}\geq 0$

$\dfrac{-3x+1}{2(x+1)^2}\geq 0$

		-1		$\frac{1}{3}$	
$-3x+1$	+		+	●	−
2	+		+		+
$(x+1)^2$	+	⊗	+		+
$\frac{-3x+1}{2(x+1)^2}$	+		+		−

$x<-1 \vee -1<x\leq\frac{1}{3}$

$]-\infty; -1[\ \cup\ ]-1; \frac{1}{3}]$

$\dfrac{1}{2x}\leq\dfrac{3x}{x^2-x} \Rightarrow \dfrac{1}{2x}-\dfrac{3x}{x(x-1)}\leq 0 \Rightarrow \dfrac{x-1-6x}{2x(x-1)}\leq 0$

$\dfrac{-5x-1}{2x(x-1)}\leq 0$

		$-\frac{1}{5}$		0		1	
$-5x-1$	+	●	−		−		−
$2x$	−		−	⊗	+		+
$x-1$	−		−		−	⊗	+
$\frac{-5x-1}{2x(x-1)}$	+		−		+		−

$-\frac{1}{5}\leq x<0 \vee x>1$

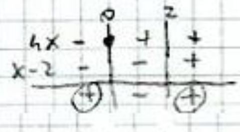
$[-\frac{1}{5}; 0[\ \cup\ ]1; +\infty[$

3) Risolvi il seguente sistema di disequazioni: $\begin{cases}(2-2x)^2 \geq 4 \\ 3-2x > x(x-2)\end{cases}$ (/15 punti)

3) $\begin{cases}(2x-2)^2 \geq 4 \\ 3-2x > x(x-2)\end{cases}$

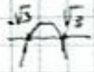
1^a DIS: $4x^2+4-8x-4 \geq 0 \Rightarrow 4x^2-8x \geq 0$

$4x(x-2) \geq 0$



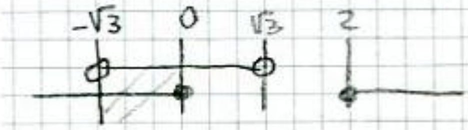
$x \leq 0 \vee x \geq 2$

2^a DIS: $3-2x-x^2+2x > 0 \Rightarrow 3-x^2$



$-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$

$\begin{cases}x \leq 0 \vee x \geq 2 \\ -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}\end{cases}$

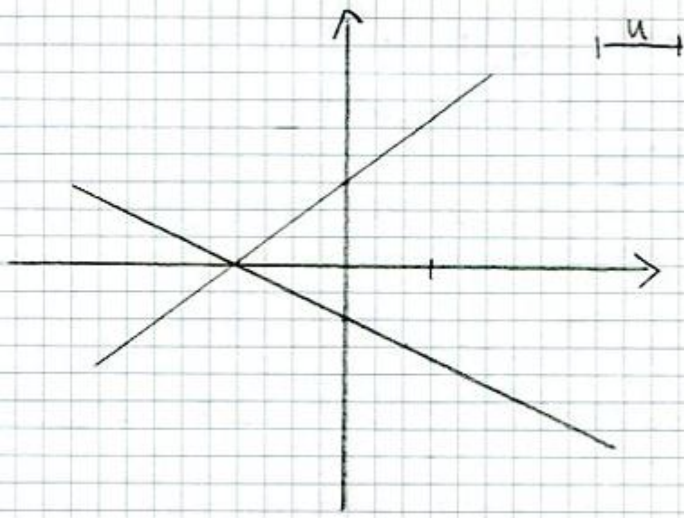


$-\sqrt{3} < x \leq 0$

4) Rappresenta le due rette di equazione $3x-4y+4=0$ e $3x+6y+4=0$ su uno stesso piano cartesiano monometrico in cui l'unità di misura corrisponde a tre quadretti.
Determina poi il punto di intersezione tra le due rette risolvendo l'opportuno sistema (/20 punti)

4) $3x-4y+4=0 \Rightarrow y=\frac{3}{4}x+1$

$3x+6y+4=0 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}$



$\begin{cases}y=\frac{3}{4}x+1 \\ y=-\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}\end{cases}$

$\begin{cases}\frac{3}{4}x+1=-\frac{1}{2}x-\frac{2}{3} \\ \text{idem}\end{cases}$

$\begin{cases}\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}x=-1-\frac{2}{3} \\ \text{idem}\end{cases}$

$\begin{cases}\frac{5}{4}x=-\frac{5}{3} \\ \text{idem}\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\frac{4}{3} \\ y=\frac{3}{4}\left(-\frac{4}{3}\right)-1=1-1=0\end{cases}$

$\left(-\frac{4}{3};0\right)$

5) Determina l'equazione della retta passante per i punti $A\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$ $B\left(-\frac{1}{4};-\frac{4}{3}\right)$ (/10 punti)

5) $A\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$ $B\left(-\frac{1}{4};-\frac{4}{3}\right)$

$m=\dfrac{-\frac{5}{2}+\frac{4}{3}}{\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}=\dfrac{\frac{-15+8}{6}}{\frac{7}{4}}=-\frac{7}{6}\cdot\frac{4}{7}=-\frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x+q$

impongo il passaggio per A: $-\frac{5}{2}=-\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}+q$

$q=-\frac{5}{2}+1=-\frac{3}{2}$

quindi la retta passante per A e B è

$y=-\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}$