

1) Risolvi le seguenti equazioni e scrivi le soluzioni reali in ordine crescente, indicando se sono multiple e quante sono le eventuali soluzioni non reali: (/25 punti)

$$(x+1)^3(2x-3)^2 = 0$$

$$(x+1)^3 = (3x-1)^2$$

$$\frac{5+5x}{x^2-25} = \frac{2}{x+5}$$

$$4x^4 - 9x^2 = 0$$

1) $(x+1)^3(2x-3)^2 = 0 \Rightarrow x+1=0$ triplice \vee $2x-3=0$ doppio
 $S = \{-1 \text{ (triplice)}; \frac{3}{2} \text{ (doppio)}\}$

$(x+1)^3 = (3x-1)^2 \Rightarrow x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 9x^2 - 6x + 1 \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$
 quindi $x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow x(x-3)^2 = 0$
 $S = \{0; 3 \text{ (doppio)}\}$

$\frac{5+5x}{x^2-25} = \frac{2}{x+5} \Rightarrow \frac{5+5x}{(x-5)(x+5)} = \frac{2}{x+5}$ C.E.: $x \neq -5 \wedge x \neq 5$

$\frac{5+5x-2(x-5)}{(x-5)(x+5)} = 0 \Rightarrow 5+5x-2x+10=0 \Rightarrow 3x=-15 \Rightarrow x=-5$ non accettabile
 $S = \emptyset$ (equazione impossibile)

$4x^4 - 9x^2 = 0 \Rightarrow x^2(4x^2 - 9) = 0 \Rightarrow x^2(2x-3)(2x+3) = 0$
 $S = \{-\frac{3}{2}; 0 \text{ (doppio)}; \frac{3}{2}\}$

2) Risolvi le seguenti disequazioni, esprimendo le soluzioni nei due modi che conosci:

$$\frac{1}{2x} \leq \frac{3x}{x^2-x}$$

$$\frac{1}{2x+2} \geq \frac{2x}{(x+1)^2}$$

(/20 punti)

2) $\frac{1}{2x} \leq \frac{3x}{x^2-x} \Rightarrow \frac{1}{2x} - \frac{3x}{x(x-1)} \leq 0 \Rightarrow \frac{x-1-6x}{2x(x-1)} \leq 0$

$$\frac{-5x-1}{2x(x-1)} \leq 0$$

	$-\frac{1}{5}$	0	1	
$-5x-1$	+	-	-	-
$2x$	-	-	+	+
$x-1$	-	-	-	+
$\frac{-5x-1}{2x(x-1)}$	+	-	+	-

$-\frac{1}{5} \leq x < 0 \vee x > 1$
 $[-\frac{1}{5}; 0[\cup]1; +\infty[$

$\frac{1}{2x+2} \geq \frac{2x}{(x+1)^2} \Rightarrow \frac{1}{2(x+1)} - \frac{2x}{(x+1)^2} \geq 0 \Rightarrow \frac{x+1-4x}{2(x+1)^2} \geq 0$

$$\frac{-3x+1}{2(x+1)^2} \geq 0$$

	-1	$\frac{1}{3}$	
$-3x+1$	+	+	-
2	+	+	+
$(x+1)^2$	+	+	+
$\frac{-3x+1}{2(x+1)^2}$	+	+	-

$x < -1 \vee -1 < x \leq \frac{1}{3}$
 $] -\infty; -1[\cup] -1; \frac{1}{3}]$

- 3) Risolvi il seguente sistema di disequazioni: $\begin{cases} 3-2x > x(x-2) \\ (2x-2)^2 \geq 4 \end{cases}$ (/15 punti)

3) $\begin{cases} 3-2x > x(x-2) \\ (2x-2)^2 \geq 4 \end{cases}$

1° DIS: $3-2x-x^2+2x > 0 \Rightarrow 3-x^2 > 0$ $\sqrt{3}$
 $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$

2° DIS: $4x^2+4-8x-4 \geq 0 \Rightarrow 4x^2-8x \geq 0$
 $4x(x-2) \geq 0$ $x \leq 0 \vee x \geq 2$

$\begin{cases} -\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \\ x \leq 0 \vee x \geq 2 \end{cases}$

$-\sqrt{3} < x \leq 0$

- 4) Rappresenta le due rette di equazione $3x+6y+4=0$ e $3x-4y+4=0$ su uno stesso piano cartesiano monometrico in cui l'unità di misura corrisponde a tre quadretti. Determina poi il punto di intersezione tra le due rette risolvendo l'opportuno sistema (/20 punti)

4) $3x+6y+4=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$
 $3x-4y+4=0 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x + 1$

$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - \frac{2}{3} \\ y = \frac{3}{4}x + 1 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{3}{4}x + 1 = -\frac{1}{2}x - \frac{2}{3} \\ \text{idem} \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x = -1 - \frac{2}{3} \\ \text{idem} \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{5}{4}x = -\frac{5}{3} \\ \text{idem} \end{cases}$ $\begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ y = \frac{3}{4}(-\frac{4}{3}) + 1 = 1 - 1 = 0 \end{cases}$ $(-\frac{4}{3}; 0)$

- 5) Determina l'equazione della retta passante per i punti $A(-\frac{1}{4}; -\frac{4}{3})$ $B(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2})$ (/10 punti)

5) $A(-\frac{1}{4}; -\frac{4}{3})$ $B(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2})$

$m = \frac{-\frac{5}{2} + \frac{4}{3}}{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{-15+8}{6}}{\frac{7}{4}} = -\frac{7}{6} \cdot \frac{4}{7} = -\frac{2}{3}$

$y = -\frac{2}{3}x + q$

impongo il passaggio per B: $-\frac{5}{2} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} + q$

$q = -\frac{5}{2} + 1 = -\frac{3}{2}$

quindi la retta passante per A e B è

$y = -\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}$