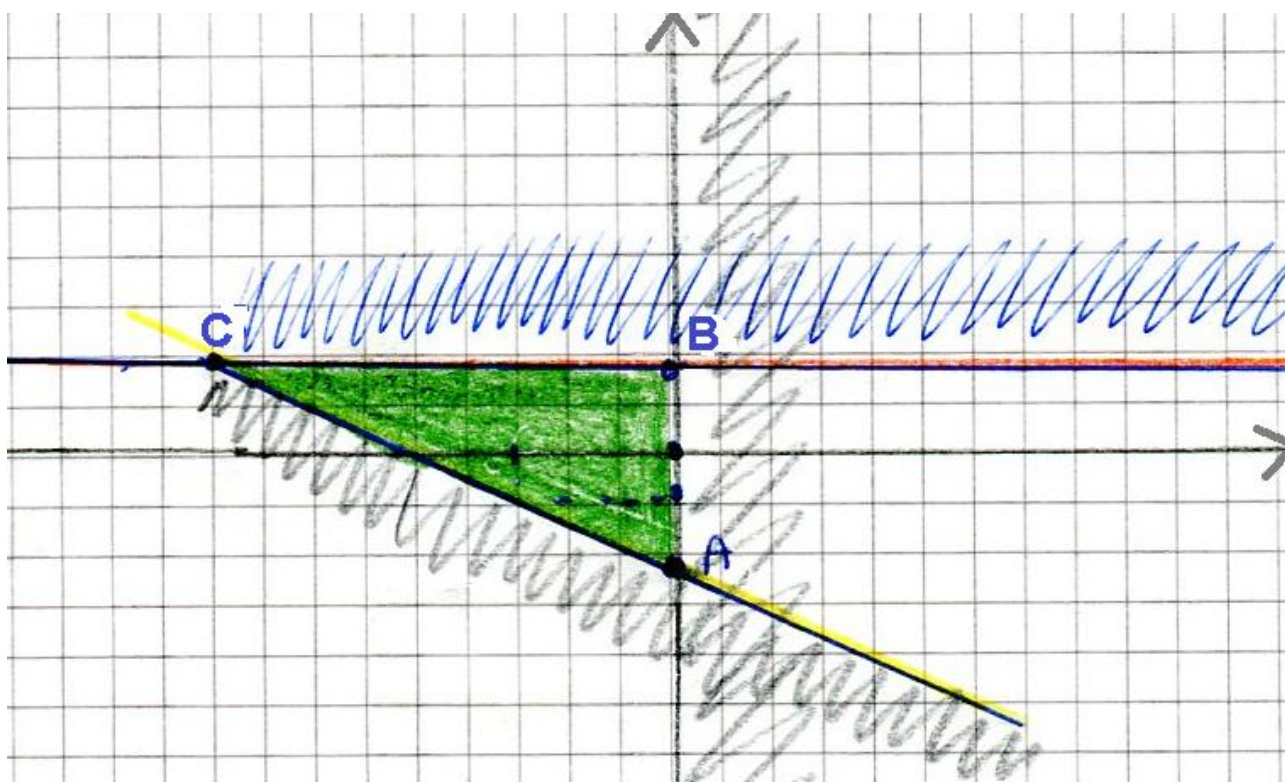


1) Risolvi il seguente sistema di disequazioni, rappresentalo in un piano cartesiano monometrico in cui l'unità di misura è di tre quadretti e determina i vertici della regione che rappresenta le soluzioni:

$$\begin{cases} 3x \leq 0 \\ 2 - 3y \geq 0 \\ 3x + 6y + 4 \geq 0 \end{cases} \quad (\quad /20 \text{ punti})$$

Risoluzione

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ -3y \geq -2 \\ 6y \geq -3x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq \frac{2}{3} \\ y \geq -\frac{1}{2}x - \frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{che si rappresenta come segue:}$$



Per determinare i vertici della regione (evidenziata in verde) che rappresenta le soluzioni del sistema dato, devo individuare le intersezioni delle rette che formano i semipiani:

$$A \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2}x - \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow A \left(0; -\frac{2}{3} \right) \quad B \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow B \left(0; \frac{2}{3} \right)$$

$$C \begin{cases} y = \frac{2}{3} \\ y = -\frac{1}{2}x - \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} = -\frac{1}{2}x - \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2}x = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3} \\ x = -\frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow C \left(-\frac{8}{3}; \frac{2}{3} \right)$$

2) Un'impresa, per produrre calcolatrici, sostiene costi fissi valutabili in 1200 euro al mese e costi variabili che corrispondono a 9 euro per ogni calcolatrice prodotta. Tenendo conto che l'impresa può produrre al massimo 350 calcolatrici al mese, e che per ogni calcolatrice venduta ricava 13,80 euro.

Rappresenta le funzioni costo totale, ricavo, utile in uno stesso piano cartesiano, utilizzando unità di misura per le quali un quadretto sull'asse delle ascisse corrisponda a 20 calcolatrici e un quadretto sull'asse delle ordinate corrisponda a 400 euro. Qual è il massimo utile? Qual è il numero minimo di calcolatrici da produrre in un mese per non essere in perdita? (/30 punti)

2) $x \in \mathbb{N}$ $x = \text{calcolatrici da produrre in un mese}$

$y = R(x) \quad y = 13,80x \quad (\text{RICAVO})$ $0 \leq x \leq 350$

$y = C(x) \quad y = 9x + 1200 \quad (\text{COSTO})$

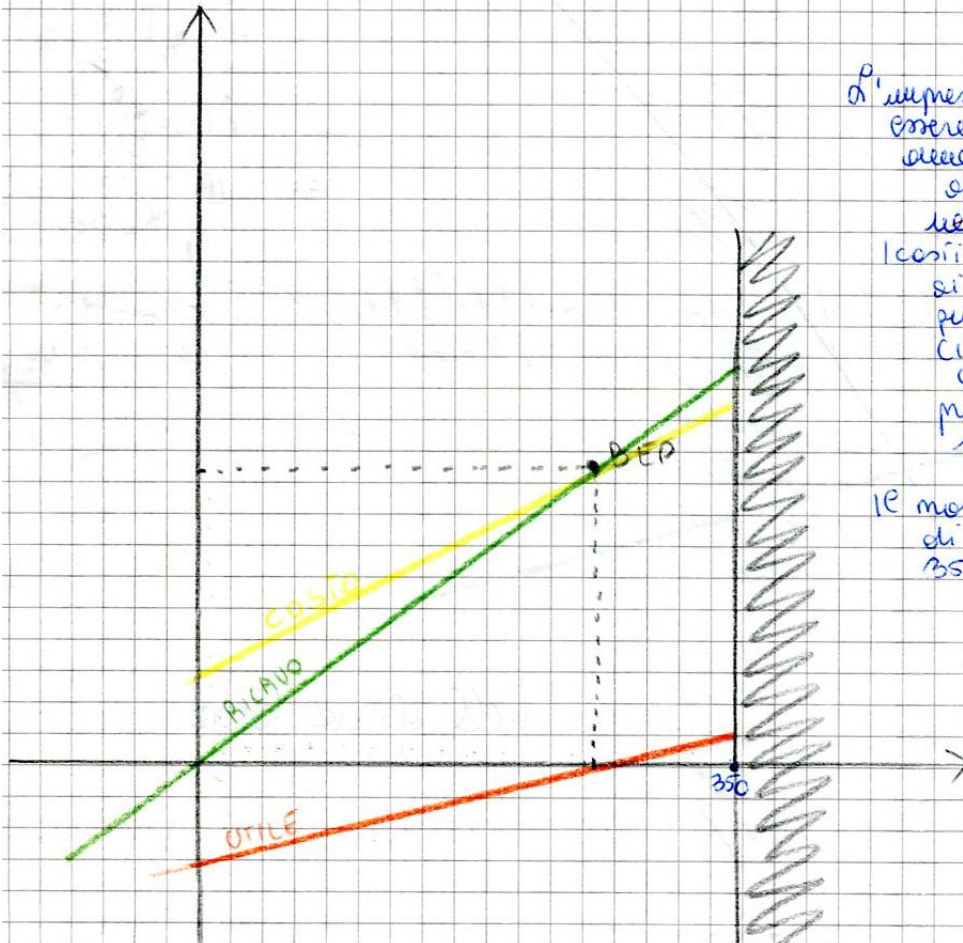
$y = U(x) \quad y = 4,80x - 1200 \quad (\text{UTILE})$

B.E.P. $\begin{cases} y = R(x) \\ y = C(x) \end{cases} \begin{cases} y = 13,80x \\ y = 9x + 1200 \end{cases} \begin{cases} - \\ 13,80x = 9x + 1200 \end{cases} \begin{cases} - \\ 13,80x - 9x = 1200 \end{cases}$

$4,8x = 1200$ $x = 250$
 $y = 3450$

MASSIMO UTILE

$U(350) = 4,80(350) - 1200 = 480$



l'impresa per non essere in perdita deve produrre almeno 250 (in un mese) nel periodo considerato. I costi eguagliano il ricavo nel punto BEP (250; 3450) (cioè significa che per 250 calcol. prodotte i costi e ricavi sono entrambi 3450 euro). Il massimo utile è di 480 euro, producendo 350 calcolatrici al mese.

3) La domanda $Q = 15 - \frac{1}{4}p$ è elastica se il prezzo varia da 20 a 24 euro? Spiega perché con gli opportuni passaggi. (/15 punti)

$Q = 15 - \frac{1}{4}p$

$P_1 = 20$
 $P_2 = 24$

$Q_1 = 15 - \frac{1}{4}(20) = 10$

$Q_2 = 15 - \frac{1}{4}(24) = 9$

$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{9 - 10}{10} = -0,1$

$\frac{\Delta P}{P} = \frac{24 - 20}{20} = 0,2$

$\epsilon = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{-10\%}{20\%} = -0,5$

$e = |\epsilon| = |-0,5| = 0,5$

$e > 1$ la domanda è elastica
 $e < 1$ la domanda è rigida
 $e = 1$ la domanda è insensibile

In questo caso la domanda è rigida perché *il valore assoluto di epsilon è minore di 1*. Significa che ad un aumento del 20% del prezzo la domanda diminuisce del 10%.

4) Una stagione teatrale costituita da 12 spettacoli ha le seguenti tariffe:

- A) abbonamento a 200 euro
- B) biglietto per ogni singolo spettacolo a 25 euro
- C) tessera "amico del teatro" a 50 euro che dà diritto ad uno sconto del 40% sul prezzo del biglietto.

Dopo aver illustrato la situazione con un grafico (scegliendo opportunamente le unità di misura) valutare qual è la tariffa più conveniente in base al numero di spettacoli a cui si vuole assistere? (/25 punti)

Risoluzione

Innanzitutto va definita la variabile indipendente:

x = numero di spettacoli ai quali si prevede di assistere in quella stagione teatrale

vanno poi inseriti i vincoli: $0 \leq x \leq 12$ $x \in \mathbb{N}$

infine si scrivono le tariffe delle tre alternative sotto forma di funzione

A) $y = 200$

B) $y = 25x$

C) $y = 50 + 15x$

$$A \cap B \begin{cases} y = 200 \\ y = 25x \end{cases} \begin{cases} 25x = 200 \\ - \\ \hline \end{cases} \begin{cases} x = 8 \\ y = 200 \end{cases} \quad P_1(8; 200)$$

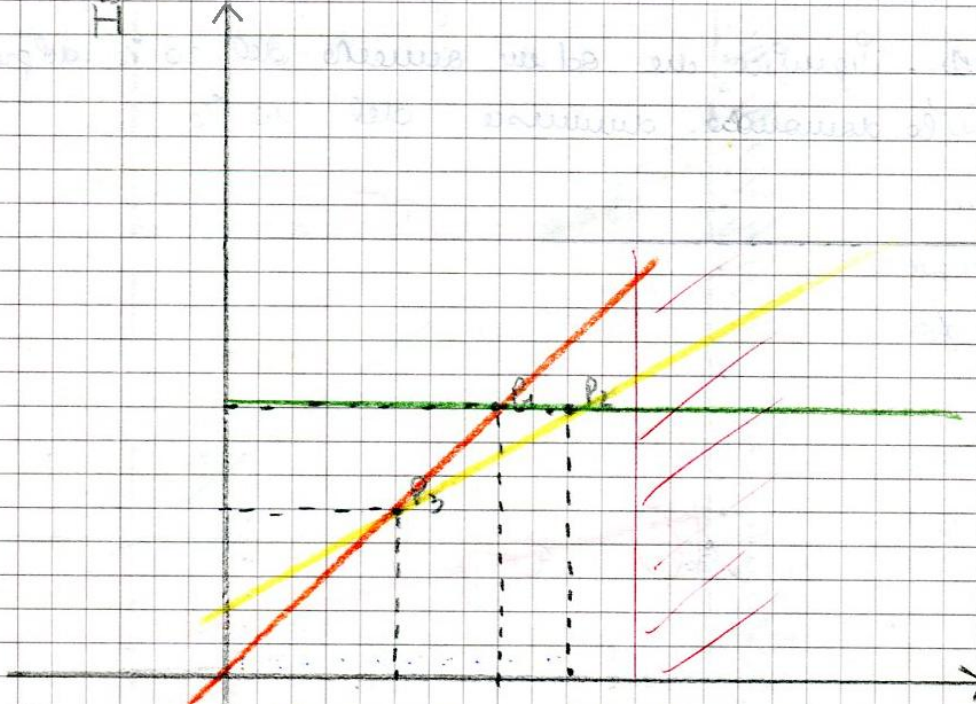
$$A \cap C \begin{cases} y = 200 \\ y = 50 + 15x \end{cases} \begin{cases} 50 + 15x = 200 \\ - \\ \hline \end{cases} \begin{cases} 15x = 200 - 50 \\ \hline \end{cases} \begin{cases} 15x = 150 \\ \hline \end{cases}$$

$$x = 10 \quad y = 200 \quad P_2(10; 200)$$

$$B \cap C \begin{cases} y = 25x \\ y = 50 + 15x \end{cases} \begin{cases} 25y = 50 + 15x \\ - \\ \hline \end{cases} \begin{cases} 25x - 15y = 50 \\ \hline \end{cases} \begin{cases} 10x = 50 \\ \hline \end{cases}$$

$$P_3(5; 125)$$

$$x = 5 \\ y = 125$$



I punti di indifferenza, dal punto di vista economico, sono P3 e P2

Osservando il grafico si deduce che:

Fino a 5 spettacoli conviene scegliere l'alternativa B (comprare il biglietto ogni volta)

Da 5 a 10 spettacoli conviene l'alternativa C (tessera)

Da 10 a 12 conviene A (abbonamento)

Per 5 spettacoli è indifferente scegliere B o C con un costo di 125 euro

Per 10 spettacoli è indifferente scegliere A o C con un costo di 200 euro