

Riduci allo stesso denominatore le seguenti frazioni algebriche.

436 $\frac{a}{b}$, b , $\frac{1}{a}$.

438 $\frac{2}{3x^2}$, $\frac{3}{4x^3}$, x^2 .

440 $\frac{3}{x^2y}$, $\frac{1}{2xy^2}$, $\frac{7}{5x^2y^3}$.

437 $\frac{1}{2x}$, x , $\frac{1}{6x^2}$.

439 $\frac{5}{3x}$, $\frac{2}{xy}$, $\frac{1}{2y}$.

441 $\frac{11}{2ax^2}$, 1 , $\frac{3}{4a^2x}$.

442 $\frac{1}{a-b}$, $\frac{1}{a+b}$, 1 .

446 $\frac{x-y}{xy+x^2y^2}$, $\frac{5}{xy+1}$, $\frac{3x}{xy}$.

443 $\frac{x}{3x-3y}$, $\frac{y}{2x-2y}$, $\frac{x+4y}{6y-6x}$.

447 $\frac{2}{a^3-ab^2}$, $\frac{1}{(a+b)^2}$, $\frac{5}{a}$.

444 $\frac{1}{xy^2-x^3}$, $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y-x}$.

448 $\frac{a^2-4b^2}{2a-4b}$, $\frac{a}{a+2b}$, $\frac{5a+3b}{8a^2+16ab}$.

445 $\frac{1}{(a+b)^2}$, $\frac{1}{(a-b)^2}$, $\frac{2}{a^2-b^2}$.

449 $\frac{a(a+2)}{a^2+a-2}$, $\frac{2a^2}{a^2-1}$, $\frac{a-1}{a^2-2a+1}$.

L'addizione e la sottrazione di frazioni algebriche

ESERCIZIO GUIDA

450 Eseguiamo le seguenti addizioni e sottrazioni di frazioni algebriche:

a) $\frac{2}{a^2b} + \frac{3b}{ab^2} - 1$;

b) $\frac{a}{a+1} + \frac{a^2-ab+2a}{ab-a+b-1} - \frac{b}{1-b}$.

a) $\frac{2}{a^2b} + \frac{3b}{ab^2} - 1 =$

Riduciamo le frazioni allo stesso denominatore:

$$\frac{(a^2b^2 : a^2b) \cdot 2}{a^2b^2} + \frac{(a^2b^2 : ab^2) \cdot 3b}{a^2b^2} - \frac{a^2b^2 \cdot 1}{a^2b^2} =$$

$$= \frac{2b + 3ab - a^2b^2}{a^2b^2} =$$

m.c.m. fra i denominatori

C.E.: $a \neq 0 \wedge b \neq 0$.

Scomponiamo in fattori il numeratore:

$$= \frac{b(2+3a-a^2b)}{a^2b^2} =$$

Semplifichiamo il risultato:

$$= \frac{2+3a-a^2b}{a^2b}$$

b) $\frac{a}{a+1} + \frac{a^2-ab+2a}{ab-a+b-1} - \frac{b}{1-b} =$

Nella seconda frazione scomponiamo il denominatore mediante raccoglimento parziale (che svolgiamo a parte):

$$ab - a + b - 1 = a(b-1) + 1(b-1) =$$

$$= (b-1)(a+1) =$$

$$= \frac{a}{a+1} + \frac{a^2-ab+2a}{(b-1)(a+1)} - \frac{b}{1-b} =$$

C.E.: $a \neq -1 \wedge b \neq 1$.

$$= \frac{a}{a+1} + \frac{a^2-ab+2a}{(b-1)(a+1)} + \frac{b}{b-1} =$$

$$= \frac{ab - a + a^2 - ab + 2a + ab + b}{(b-1)(a+1)} =$$

$$= \frac{a^2 + a + ab + b}{(b-1)(a+1)} =$$

$$= \frac{a(a+1) + b(a+1)}{(b-1)(a+1)} =$$

$$= \frac{(a+1)(a+b)}{(b-1)(a+1)} = \frac{a+b}{b-1}$$

Esegui le seguenti addizioni e sottrazioni di frazioni algebriche, semplificando il risultato quando è possibile.

$$451 \quad -\frac{5}{2a} + \frac{3}{a} - \frac{2}{7a}; \quad \frac{1}{6b} - \frac{2}{3b} + \frac{1}{2b}. \quad \left[\frac{3}{14a}; 0 \right]$$

$$452 \quad \frac{1}{6a} + \frac{b}{3a^2} - \frac{5}{2ab}; \quad x - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}. \quad \left[\frac{ab + 2b^2 - 15a}{6a^2b}; \frac{x^3 - x + 2}{x^2} \right]$$

$$453 \quad \frac{3}{4a} + \frac{1}{2a} - \frac{2}{3a}; \quad \frac{4x^2 + 1}{x^2} - \frac{x - 2}{x} - 3. \quad \left[\frac{7}{12a}; \frac{2x + 1}{x^2} \right]$$

$$454 \quad \frac{11}{2a^2x^2} - 1 - \frac{3}{4a^2x^2}; \quad \frac{a + b}{2a} - \frac{2a - b}{3b} - \frac{3b - a}{6a}. \quad \left[\frac{19 - 4a^2x^2}{4a^2x^2}; \frac{3b - 2a}{3b} \right]$$

$$455 \quad \frac{x + 2y}{2x} + \frac{x - y}{3x} - \frac{x + 4y}{6x}; \quad \frac{a^2 - b^2}{ab} + \frac{2b}{a} + 2 - \frac{(a + b)^2}{ab}. \quad \left[\frac{2}{3}; 0 \right]$$

$$456 \quad \frac{y^3 - x^3}{2x^2y} + \frac{1}{6} - \frac{3y^2 + 4x^2}{6x^2}; \quad \frac{a + 1}{ab^2} - \frac{a - 1}{a^2b} - \frac{b + a^2}{a^2b^2}. \quad \left[-\frac{x + y}{2y}; \frac{1 - b}{ab^2} \right]$$

$$457 \quad \frac{2}{a + 1} - \frac{5}{a + 1}; \quad \frac{2x}{3x + 1} - \frac{1 - x}{3x + 1}. \quad \left[-\frac{3}{a + 1}; \frac{3x - 1}{3x + 1} \right]$$

$$458 \quad \frac{x - 3}{x + 5} - \frac{2x - 7}{x + 5}; \quad \frac{a + 9}{a + 3} - \frac{6 - a}{a + 3}. \quad \left[\frac{-x + 4}{x + 5}; \frac{2a + 3}{a + 3} \right]$$

$$459 \quad 2a - \frac{3 - 4a}{a - 2}; \quad \frac{x}{x + y} + \frac{y}{y + x} + \frac{1}{2}. \quad \left[\frac{2a^2 - 3}{a - 2}; \frac{3}{2} \right]$$

$$460 \quad \frac{2}{3x + 3} - \frac{x - 1}{9 - 9x^2} - 3; \quad \frac{2a}{b - a} + \frac{5a^2 - ab}{a^2 - b^2} - \frac{3a}{b + a}. \quad \left[-\frac{27x + 20}{9(x + 1)}; 0 \right]$$

$$461 \quad \frac{x}{3x - 3y} + \frac{y}{2x - 2y} + \frac{x + 4y}{6y - 6x}; \quad \frac{4y^2 + 4y + 1}{4y - 8y^2} - \frac{4y^2 + 1}{4y} + y. \quad \left[\frac{1}{6}; \frac{2y + 3}{2 - 4y} \right]$$

$$462 \quad \frac{a^2}{ab - b^2} - \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{b^2}{ab + b^2}; \quad \frac{a + 1}{ab^2} - \frac{a - 1}{a^2b} + \frac{a^2b - a^3 + a + b}{a^2b^2(a - 1)}. \quad \left[\frac{a}{b}; \frac{2}{ab(a - 1)} \right]$$

$$463 \quad \frac{a + 2}{a^2 + a} - \frac{1}{a} + \frac{a + 1}{-a^2 - 2a - 1}; \quad \frac{3x}{y + 3x} - \frac{y^2}{3xy - 9x^2} + \frac{y^2 + 9x^2}{y^2 - 9x^2}. \quad \left[\frac{1 - a}{a(a + 1)}; -\frac{y}{3x} \right]$$

$$464 \quad \frac{2 + x}{x + 3} - \frac{3x - 1}{x^2 + x - 6} - \frac{x}{x + 3}; \quad \frac{a - 1}{1 + a} - \frac{2a^3 + 6}{a^3 - a^2 - a + 1} + \frac{a^2 + 2a + 1}{a^2 - 2a + 1}. \quad \left[\frac{1}{2 - x}; \frac{6}{a^2 - 1} \right]$$

$$465 \quad \frac{2x - 5}{x + 7} + \frac{2x + 4}{x - 9} - \frac{3x^2 + 13x - 8}{x^2 - 2x - 63}; \quad \frac{1}{y + 5} - \frac{y^2 - 5y}{y^3 + 125} - \frac{5 - y}{y^2 - 5y + 25}. \quad \left[\frac{x - 9}{x + 7}; \frac{y^2}{y^3 + 125} \right]$$

$$466 \quad x - y - \frac{x^2}{x + y}; \quad \frac{3a - b}{3a + b} - \frac{3a + b}{3a - b}. \quad \left[-\frac{y^2}{x + y}; -\frac{12ab}{9a^2 - b^2} \right]$$

$$467 \quad \frac{x - y}{x + y} - \frac{x + y}{x - y} + \frac{6xy}{x^2 - y^2}; \quad \frac{4a + 4a^2 + 1}{4a - 8a^2} + a - \frac{4a^2 + 1}{4a}. \quad \left[\frac{2xy}{x^2 - y^2}; \frac{2a + 3}{2 - 4a} \right]$$

$$468 \quad \frac{x + 2}{x^2 + x - 2} + \frac{x}{x + 2} - \frac{1}{x - 1}; \quad 2x + \frac{x}{x^2 - 3x + 2} - \frac{x^2 - x}{x - 2}. \quad \left[\frac{x}{x + 2}; \frac{x(x - 2)}{x - 1} \right]$$